

*MATURA
ROZSZERZONA
MAJ 2026*

FORMUŁA 2015

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Miejsce na naklejkę.

Sprawdź, czy kod na naklejkę to

E-100.

Jeżeli tak – przyklej naklejkę.

Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

Egzamin maturalny

Formuła 2015

MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Symbol arkusza

EMAP-R0-**100**-2605

DATA: 11 maja 2026 r.

GODZINA ROZPOCZĘCIA: 9:00

CZAS TRWANIA: 180 minut

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: 50

Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.



W każdym z zadań od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = x^2 + 4$. W układzie współrzędnych (x, y) styczna do wykresu tej funkcji w punkcie $(2, 8)$ przecina oś Ox w punkcie

- A. $(-1, 0)$ **B. $(0, 0)$** C. $(1, 0)$ D. $(2, 0)$

Zadanie 2. (0–1)

Ciąg geometryczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Iloraz tego ciągu jest równy $\frac{2}{3}$, a suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa $\frac{9}{4}$.

Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy

- A. $\frac{3}{4}$** B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{27}{4}$

Zadanie 3. (0–1)

Najmniejszą liczbą naturalną n spełniającą nierówność

$$\left| \frac{2n-5}{3n+2} - \frac{2}{3} \right| < \frac{1}{20}$$

jest

- A. 41 **B. 42** C. 82 D. 84

Zadanie 4. (0–1)

Liczby x oraz y są takimi dodatnimi liczbami rzeczywistymi, że $x \cdot y \neq 1$ i $y \neq 1$ oraz

① $\log_{x \cdot y} x = 2026$. $\rightarrow x^{2026} \cdot y^{2026} = x \rightarrow y^{2026} = x^{-2025} / \log y$

Liczba $\log_y(x \cdot y)$ jest równa

$$2026 = -2025 \cdot \log_y x \rightarrow \log_y x = -\frac{2026}{2025}$$

- A. $(-\frac{1}{2025})$** B. (-2025) C. $\frac{1}{2025}$ D. 2025

② $\log_{xy} x = \frac{\log_y x}{\log_y xy} = \frac{-\frac{2026}{2025}}{\log_y xy} = 2026 \Rightarrow \log_{xy} xy = -\frac{2026}{2025} \cdot \frac{1}{2026} = -\frac{1}{2025}$

Zadanie 5. (0–2)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem rekurencyjnym

$$\begin{cases} a_1 = \sqrt{2} \\ a_{n+1} = \frac{4}{a_n} \end{cases} \quad \text{dla każdej liczby naturalnej } n \geq 1.$$

$a_{10} = ?$

Oblicz dziesiąty wyraz tego ciągu.

W poniższe kratki wpisz kolejno – od lewej do prawej – pierwszą, drugą oraz trzecią cyfrę po przecinku nieskończonego rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

8	2	8
---	---	---

,

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

$a_2 = a_{1+1} = \frac{4}{a_1} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} = a_4 = a_6 = a_8 = a_{10}$
 $a_3 = a_{2+1} = \frac{4}{a_2} = \frac{4}{2\sqrt{2}} = \sqrt{2} = a_1 = a_5 = a_7 = a_9$
 $a_4 = a_{3+1} = \frac{4}{a_3} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$
 $a_5 = a_{4+1} = \frac{4}{a_4} = \frac{4}{2\sqrt{2}} = \sqrt{2}$
 $\dots$

$a_{10} = 2\sqrt{2} \approx 2,8284$

Zadanie 6. (0-3)

Ze zbioru ośmiu liczb $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ losujemy bez zwracania osiem razy po jednej liczbie. Wylosowane liczby ustawiamy w ciąg zgodnie z kolejnością losowania.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że wylosowane liczby utworzą ciąg, w którym iloczyn każdych trzech kolejnych wyrazów będzie liczbą podzielną przez 3. Wynik podaj w postaci nieskracalnego ułamka zwykłego.

$$Z = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \rightarrow n = 8$$

$$k = 8, \text{KI, BP } \underline{n=k}, \bar{Z} = n! \quad (1)$$

$$P(A) = ?$$

A - iloczyn każdych trzech kolejnych wyrazów jest liczbą podzielną na 3

$$(1) \quad \bar{Z} = 8! = 40320$$

(2) Zbiór Z zawiera tylko dwie liczby podzielne na 3, więc należy je tak rozmieścić, aby każde trzy kolejne liczby zawierały „3” lub „6”.

$$\bar{A} = \frac{6}{3} \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \times 2 = 6! \times 2 = 720 \cdot 2 = 1440$$

$$(3) \quad P(A) = \frac{\bar{A}}{\bar{Z}} = \frac{6! \cdot 2}{8!} = \frac{2}{8 \cdot 7} = \frac{1}{28} \quad \checkmark$$

Zadanie 7. (0-3)

Wykaż, że dla każdej dodatniej liczby rzeczywistej x i dla każdej dodatniej liczby rzeczywistej y prawdziwa jest nierówność

$$\textcircled{2} \quad xy \in \mathbb{R}^+ \quad \textcircled{1} \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \leq \frac{x}{y^2} + \frac{y}{x^2}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \leq \frac{x}{y^2} + \frac{y}{x^2} \quad / \cdot (xy)^2 > 0$$

$$xy^2 + x^2y \leq x^3 + y^3$$

$$xy(y+x) - (x+y)(x^2 - xy + y^2) \leq 0$$

$$-(x+y)[xy + (x^2 - xy + y^2)] \leq 0$$

$$-(x+y)(x^2 - 2xy + y^2) \leq 0$$

$$-(x+y)(x-y)^2 \leq 0$$

$$\underbrace{\underbrace{>0}_{x+y} \underbrace{\geq 0}_{(x-y)^2}}_{\leq 0}$$

$$\text{wobec: } \bigwedge_{xy \in \mathbb{R}^+} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \leq \frac{x}{y^2} + \frac{y}{x^2}$$

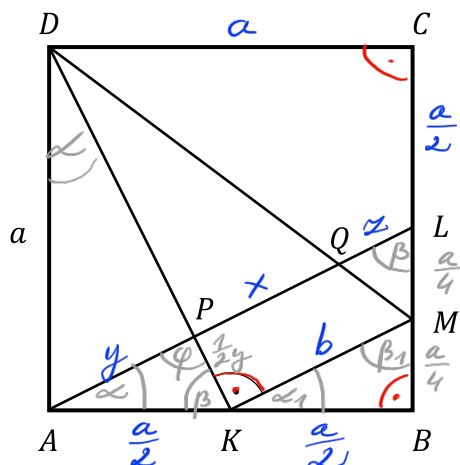
Zadanie 8. (0-3)

Punkty K i L są środkami – odpowiednio – boków AB i BC kwadratu $ABCD$ o boku długości a . Punkt M jest takim punktem na boku BC , że odcinki DK i KM są prostopadłe. Odcinek AL przecina odcinki DK oraz DM w punktach – odpowiednio – P oraz Q (zobacz rysunek).

$$K = S_{AB}$$

$$L = S_{BC}$$

(Z)



(T)

Wykaż, że $|PQ| = \frac{\sqrt{5}}{5}a$.

(D)

① $\triangle ABL$ – Tw. Pit.

$$|AL|^2 = |AB|^2 + |BL|^2$$

$$|AL|^2 = a^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2$$

$$|AL|^2 = \frac{5}{4}a^2 \quad |V, a > 0$$

$$|AL| = \frac{\sqrt{5}}{2}a = |DK|$$

③ $\triangle APK \sim \triangle AKD$ (kk)

$$|PK| = \frac{1}{2}|PA| = \frac{1}{2}y$$

oraz

$$|AK| = \frac{\sqrt{5}}{2}|AP|$$

$$\frac{a}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot y \quad | \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{1}{2}y = \frac{a}{2\sqrt{5}} \quad \wedge \quad |PD| = |DK| - \frac{1}{2}y$$

$$|PD| = \frac{\sqrt{5}}{2}a - \frac{a}{2\sqrt{5}} = \frac{4a}{2\sqrt{5}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$$

④ $x \parallel b$ w $\triangle KMD$: $\frac{x}{b} = \frac{|PD|}{|DK|} \Rightarrow x = \frac{|PD|}{|DK|} \cdot b = \frac{\frac{2a}{\sqrt{5}}}{\frac{\sqrt{5}}{2}a} \cdot \frac{a\sqrt{5}}{4} = \frac{a}{\sqrt{5}}$

Tw. Talesa

$$x = \frac{\sqrt{5}}{5} \cdot a \quad \text{cnd.}$$

Zadanie 9. (0–4)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) o skończonej liczbie wyrazów. Liczba wyrazów tego ciągu jest większa od 6. Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy 1, a ostatni wyraz tego ciągu jest równy (-2025) . Drugi, trzeci i szósty wyraz tego ciągu tworzą – w podanej kolejności – ciąg geometryczny.

Oblicz sumę wszystkich wyrazów ciągu (a_n) .

$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$
 $n > 6 \wedge n \in \mathbb{N}^+$
 $a_1 = 1$

② $a_n = -2025 \rightarrow r \neq 0$
① $(a_2; a_3; a_6) \rightarrow \text{c. geometr.}$

$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = ?$

② $1 + (n-1) \cdot r = -2025$
 $(n-1) \cdot r = -2026$
 $(n-1) \cdot (-2) = -2026 \quad | :(-2)$
 $n-1 = 1013$
 $n = 1014$

① $a_3^2 = a_2 \cdot a_6$
 $(1+2r)^2 = (1+r) \cdot (1+5r)$
 $1+4r+4r^2 = 1+6r+5r^2$
 $-r^2-2r=0$
 $-r(r+2)=0 \quad \wedge \quad r \neq 0$
 $r = -2$

③ $S_{1014} = \frac{2 \cdot 1 + 1013 \cdot (-2)}{2} \cdot 1014 = (2-2026) \cdot 507$

$S_{1014} = -1026168$ ✓

$$\sin(6x) - 2 \sin(2x) = 0$$

$$\begin{aligned} \sin(6x) - 2\sin(2x) &= 0 \\ \sin(6x) - \sin(2x) - \sin(2x) &= 0 \\ 2\sin(2x) \cdot \cos(4x) - \sin(2x) &= 0 \\ \sin(2x) \cdot [2\cos(4x) - 1] &= 0 \quad \text{dla } k \in \mathbb{Z} \\ \sin(2x) = 0 \quad \vee \quad \cos(4x) = \frac{1}{2} &\quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha_0 = \frac{\pi}{3}, \overline{1} = \pi \\ \overline{1}, \overline{IV} \text{ dw.} \end{array} \right\} \\ 2x = k\pi \quad / : 2 & \\ x_1 = \frac{k\pi}{2} & \\ 4x \equiv \frac{\pi}{3} + 2k\pi \quad \vee & \quad 4x \equiv -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \quad / : 4 \\ x_2 = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2} \quad \vee & \quad x_3 = -\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2} \end{aligned}$$

Zadanie 11. (0-4)

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym $ABCS$ podstawa ABC jest trójkątem równobocznym. Długość okręgu opisanego na podstawie ABC jest równa $6\sqrt{2}\pi$, a cosinus kąta między krawędziami bocznymi SB i SC jest równy $\frac{5}{9}$.

Oblicz długość krawędzi podstawy ABC oraz cosinus kąta między ścianami bocznymi SAC i SBC tego ostrosłupa.

$a = |AB| = |BC| = |AC|$
 $H = |SO|$
 $k = |SA| = |SB| = |SC|$
 $R = |OA| = |OB| = |OC|$

① $L = 2\pi R = 6\sqrt{2}\pi$
 ② $\cos \angle C = \frac{5}{9}$
 $x = |AF| = |BF|$

$\alpha = ?$
 $\cos \beta = ?$

① $2\pi R = 6\sqrt{2}\pi \quad | \cdot \frac{1}{2\pi}$
 $R = 3\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

② $\frac{a}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{2} \quad | \cdot \sqrt{3}$
 $a = 3\sqrt{6}$

③ $\triangle BSE - \text{Tw. Pit.}$
 $h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = k^2$
 $h^2 = \frac{243}{4} - \frac{9 \cdot 6}{4} = \frac{189}{4} \quad | \sqrt{\quad}, h > 0$
 $h = \frac{3\sqrt{21}}{2}$

④ $P_{BCS} = \frac{1}{2} \cdot |BC| \cdot h = \frac{1}{2} \cdot k \cdot |BF|$
 $\frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{6} \cdot \frac{3\sqrt{21}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot x \quad | \cdot \frac{4}{3}$
 $3 \cdot \sqrt{14} = \sqrt{3} \cdot x \quad | \cdot \sqrt{3}$
 $x = \sqrt{42}$

⑤ $\triangle ABF - \text{Tw. Cos.}$
 $a^2 = x^2 + x^2 - 2x^2 \cos \beta$
 $\cos \beta = \frac{2x^2 - a^2}{2x^2} = 1 - \frac{a^2}{2x^2}$
 $\cos \beta = 1 - \frac{9 \cdot 6}{2 \cdot 42} = 1 - \frac{9}{14} = \frac{5}{14}$

Zadanie 12. (0-5)

W układzie współrzędnych (x, y) punkty $A = (1, -1)$ oraz $B = (4, 0)$ są wierzchołkami trójkąta ABC , w którym $|CA| = |CB|$. Jedno z ramion trójkąta ABC zawiera się w prostej o równaniu $x + 2y - 4 = 0$. Na boku AC tego trójkąta obrano taki punkt M , że $|AM| : |MC| = 1 : 4$.

Wyznacz równanie okręgu, który ma środek w punkcie M i przechodzi przez punkt C .

① $A(1, -1)$
 $B(4, 0)$
 $|CA| = |CB|$
 $l: x + 2y - 4 = 0$
 $\frac{|AM|}{|MC|} = \frac{1}{4} = \frac{x}{4x}$

② $S_{AB} = E(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2})$ $C \in l \rightarrow C(4 - 2y_c, y_c)$
 $\vec{AB} = [3; 1] \rightarrow a = |AB| = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$

③ $\vec{AC} = [3 - 2y_c; y_c + 1]$ $|\vec{AC}|^2 = |\vec{BC}|^2 \wedge y_c = y$
 $[\vec{BC} = [-2y_c; y_c]$ $(3 - 2y)^2 + (y + 1)^2 = (2y)^2 + y^2$
 $9 - 12y + 4y^2 + y^2 + 2y + 1 = 5y^2$
 $-10y = -10 \quad | : (-10)$
 $y_c = 1 \rightarrow C(2, 1)$

④ $\vec{BC} = [-2; 1]$ $5x = |BC| = \sqrt{4+1} = \sqrt{5} / 5$
 $x = \frac{1}{\sqrt{5}} \rightarrow 4x = r = \frac{4}{\sqrt{5}}$

⑤ $\vec{AC} = 5 \cdot \vec{AM}$
 $[1, 2] = 5[x_M - 1; y_M + 1]$
 $1 = 5x_M - 5 \wedge 2 = 5y_M + 5$
 $6 = 5x_M \wedge -3 = 5y_M$
 $M(\frac{6}{5}, -\frac{3}{5})$

⑥ $O: (x - \frac{6}{5})^2 + (y + \frac{3}{5})^2 = \frac{16}{5}$

Zadanie 13. (0-5)

Wyznacz wszystkie rzeczywiste wartości parametru m , gdzie $m \neq 0$, dla których funkcja kwadratowa f określona wzorem

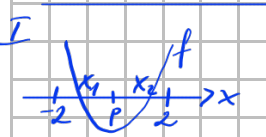
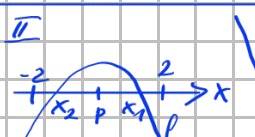
$$f(x) = m^2 \cdot x^2 - 2mx - m + 1$$

ma dwa różne miejsca zerowe x_1 oraz x_2 należące do przedziału $(-2, 2)$.

$f(x) = m^2 x^2 - 2mx + (1-m)$
 $m \neq 0$
 $f(x_1) = f(x_2) = 0 \Rightarrow \Delta > 0$
 $x_1 \neq x_2$
 $x_1, x_2 \in (-2, 2)$

ANALIZA PO UPROSZCZENIU:

(1) $m \neq 0$
 (2) $\Delta > 0$
 (3) $m \cdot f(-2) > 0$
 $m \cdot f(2) > 0$
 (4) $p \in (-2, 2) \wedge p = \frac{2m}{2m^2} = \frac{1}{m}$

I  **II** 

I $\begin{cases} m > 0 \\ \Delta > 0 \\ f(-2) > 0 \\ f(2) > 0 \\ p \in (-2, 2) \end{cases}$ **II** $\begin{cases} m < 0 \\ \Delta > 0 \\ f(-2) < 0 \\ f(2) < 0 \\ p \in (-2, 2) \end{cases}$

(1) $m_1 \in \mathbb{R} - \{0\}$, (2) $(-2m)^2 - 4 \cdot m^2 (1-m) > 0$
 $4m^2 [1 - (1-m)] > 0$
 $4m^3 > 0$
 $m > 0 \rightarrow m_2 \in (0; \infty)$

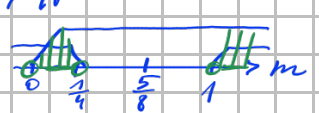
(3) $\begin{cases} m \cdot (4m^2 + 4m + 1 - m) > 0 \\ m \cdot (4m^2 - 4m + 1 - m) > 0 \end{cases}$
 $\begin{cases} m(4m^2 + 3m + 1) > 0 \\ m(4m^2 - 5m + 1) > 0 \end{cases} \quad | : m > 0$

(4) $-2 < \frac{1}{m} < 2$
 $\frac{1}{m} > -2 \wedge \frac{1}{m} < 2 \quad | : m > 0$
 $1 > -2m \wedge 1 < 2m \quad | : 2$
 $m > -\frac{1}{2} \wedge m > \frac{1}{2}$
 $m_1 \in (\frac{1}{2}; \infty)$

$m_1 \wedge m_2 \wedge m_3 \wedge m_4:$

Odp: $m \in (1; \infty)$

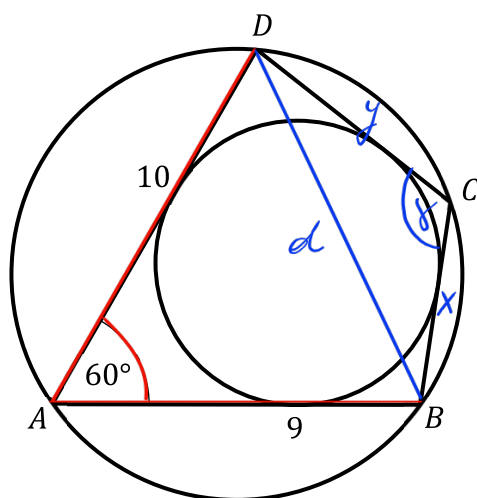
$m_3 \in (0; \frac{1}{4}) \cup (1; \infty)$



Zadanie 14. (0-6)

W czworokącie $ABCD$ są dane: $|AB| = 9$, $|AD| = 10$ oraz $|\angle BAD| = 60^\circ$. W ten czworokąt wpisano okrąg oraz na tym czworokącie opisano okrąg (zobacz rysunek).

$|AB| = 9$
 $|AD| = 10$
 R - promień okręgu
 opisanego na $ABCD$
 r - promień okręgu
 wpisanego w $ABCD$
 $x = |BC|$
 $y = |CD|$
 $P = P_{ABCD}$
 $d = |BD|$



$x = ?$
 $y = ?$
 $P = ?$

Oblicz długości boków BC i CD oraz pole czworokąta $ABCD$.

① CZWOROKĄT W I NA OKRĘGU:

$$10 + x = 9 + y \quad \wedge \quad \delta + 60^\circ = 180^\circ$$

$$y = x + 1 \quad \wedge \quad \delta = 120^\circ$$

② $\triangle ABD \wedge \triangle BCD$ - Tw. cosin.

$$d^2 = 10^2 + 9^2 - 2 \cdot 10 \cdot 9 \cdot \cos 60^\circ \quad \wedge \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$d^2 = x^2 + y^2 - 2xy \cdot \cos 120^\circ \quad \wedge \quad \cos 120^\circ = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$d^2 = 181 - 180 \cdot \frac{1}{2}$$

$$d^2 = x^2 + (x+1)^2 - 2x(x+1) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$d^2 = 91$$

$$91 = x^2 + x^2 + 2x + 1 + x^2 + x$$

$$3x^2 + 3x - 90 = 0 \quad | :3$$

$$x^2 + x - 30 = 0$$

$$(x+6)(x-5) = 0 \quad \wedge \quad x > 0$$

$$\underline{x = 5}, \quad \underline{y = 6}$$

③

$$P = P_{ABD} + P_{BCD}$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 9 \cdot \sin 60^\circ + \frac{1}{2} \cdot x \cdot y \cdot \sin 120^\circ$$

$$P = 45 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$P = \frac{45\sqrt{3}}{2} + \frac{15\sqrt{3}}{2}$$

$$\underline{\underline{P = 30\sqrt{3}}}$$

Zadanie 15. (0–7)

W projekcie ogrodu zaplanowano kwiatnik w kształcie trójkąta równoramiennego o podstawie długości x metrów nieprzekraczającej 10 metrów. Na tym kwiatniku ma znajdować się fontanna w kształcie koła o średnicy 4 metrów, które ma być styczne do każdego z boków trójkątnego kwiatnika (zobacz rysunek). Projektantowi zależy, aby przy tak ustalonej wielkości fontanny pole tego kwiatnika było najmniejsze.

Dane:

$$|Ac| = |Bc|$$

$$x = |AB| \leq 10 \text{ [m]}$$

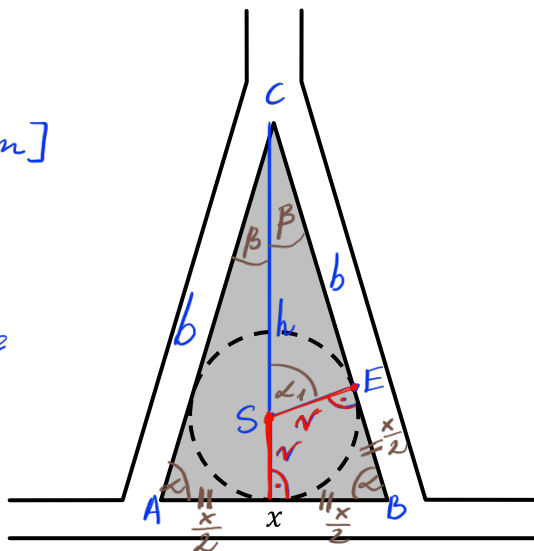
$$2r = 4 \text{ [m]}$$

$$P_{AB} = P(x) = NM$$

najmniejsze

$$h = |CS|$$

$$b = \{c \in \mathcal{C} \mid$$



- a) Wykaż, że pole P (wyrażone w metrach kwadratowych) trójkątnego kwietnika o podstawie długości x metrów jest określone wzorem

$$P(x) = \frac{2x^3}{x^2 - 16}$$

- b) Pole P trójkątnego kwietnika o podstawie długości x metrów jest określone wzorem

$$P(x) = \frac{2x^3}{x^2 - 16}$$

dla każdego $x \in (4, 10)$.

Wyznacz długość x podstawy trójkątnego kwietnika, dla której pole tego kwietnika jest najmniejsze. Oblicz to najmniejsze pole.

① WNIOSEK:
 $r = 2 \text{ [m]}$
 $x > 2r \wedge x \leq 10$
 $x \in (4; 10]$

2:

② $\triangle BCF \sim \triangle SEC$ (kk) $\wedge$ $h = |CS|$ $\wedge$ $b = |CE|$

$$k = \frac{b + \frac{x}{2}}{h} = \frac{h+2}{b} = \frac{\frac{x}{2}}{2} \Rightarrow \frac{2b+x}{2h} = \frac{h+2}{b} = \frac{x}{4}$$

$$2hx = 4(2b+x) \wedge h+2 = \frac{x}{4} \cdot b \quad | \cdot x$$

$$h = \frac{4b}{x} + 2 \wedge h = \frac{x}{4}b - 2$$

$$\frac{4b}{x} + 2 = \frac{xb}{4} - 2 \quad | \cdot 4x$$

$$16b + 8x = bx^2 - 8x$$

$$16x = b(x^2 - 16) \quad | : (x^2 - 16) \neq 0$$

$$b = \frac{16x}{x^2 - 16}$$

$$\underline{b+x = \frac{16x + x(x^2 - 16)}{x^2 - 16} = \frac{x^3}{x^2 - 16}}$$

③ $p = \frac{2b + 4 \cdot \frac{x}{2}}{2} = b + x$

$$P = r \cdot p = 2(b+x)$$

$$P(x) = 2 \cdot \frac{x^3}{x^2 - 16}$$

$$P(x) = \frac{2x^3}{x^2 - 16} \quad \text{cnd}$$

o ile $x \in (4, 10)$

④

$$P'(x) = \frac{6x^2(x^2 - 16) - 2x^3 \cdot 2x}{(x^2 - 16)^2} = \frac{2x^4 - 96x^2}{(x^2 - 16)^2} = \frac{2x^2(x^2 - 48)}{(x^2 - 16)^2}$$

$$P'(x) = \frac{2x^2(x - 4\sqrt{3})(x + 4\sqrt{3})}{(x - 4)^2(x + 4)^2} \quad \wedge \quad D' = D = (4, 10)$$

⑤ WkiWW:

$$P'(x) = 0 \quad \text{dla} \quad x = 4\sqrt{3}$$

$$P'(x) < 0 \quad \text{dla} \quad x \in (4, 4\sqrt{3})$$

$$P'(x) > 0 \quad \text{dla} \quad x \in (4\sqrt{3}, 10)$$

$\Downarrow$

$$P \searrow \quad \text{dla} \quad x \in (4, 4\sqrt{3})$$

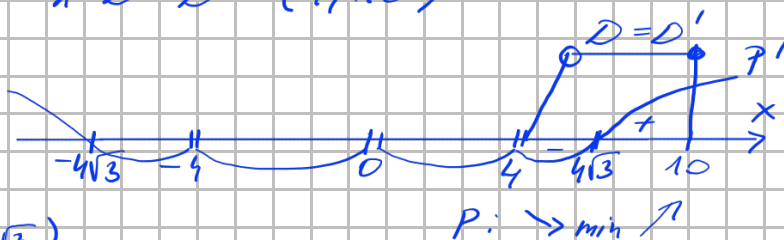
$$P \nearrow \quad \text{dla} \quad x \in (4\sqrt{3}, 10)$$

$$\Rightarrow P_{\min}(4\sqrt{3}) = P_{\text{WW}}(4\sqrt{3})$$

$$P(4\sqrt{3}) = \frac{2 \cdot (4\sqrt{3})^3}{(4\sqrt{3})^2 - 16} = \frac{2 \cdot 4^3 \cdot 3\sqrt{3}}{16 \cdot 3 - 16} = \frac{6 \cdot 64\sqrt{3}}{16 \cdot 2} = \underline{\underline{12\sqrt{3}}}$$

$$\text{Odp: } P = \text{NM} \quad \text{dla} \quad \underline{\underline{x = 4\sqrt{3}}}$$

$$\underline{\underline{P(4\sqrt{3}) = 12\sqrt{3}}}$$



MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Formuła 2015

MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Formuła 2015

MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Formuła 2015