

***MATURA
PODSTAWOWA
MAJ 2025***

***FORMUŁA
2023***

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Miejsce na naklejkę.

Sprawdź, czy kod na naklejce to
M-100.

Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

Egzamin maturalny

Formuła 2023

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Symbol arkusza

MMAP-P0-**100**-2505

DATA: **6 maja 2025 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS TRWANIA: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

☐ Uprawnienie zdającego do
dostosowania w związku z dyskalkulią.

Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

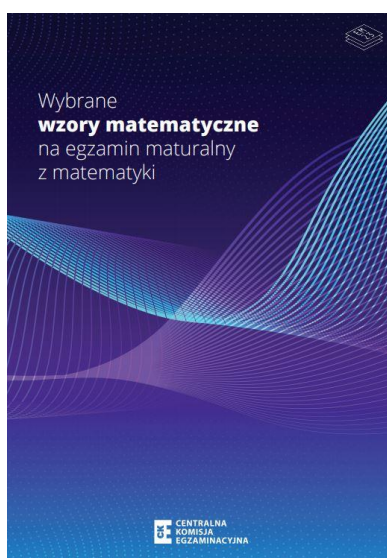
1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.





Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 31 stron (zadania 1–31).
Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Symbol  zamieszczony w nagłówku zadania oznacza, że rozwiązanie zadania zamkniętego musisz przenieść na kartę odpowiedzi. Ocenie podlegają wyłącznie odpowiedzi zaznaczone na karcie odpowiedzi.
4. Odpowiedzi do zadań zamkniętych zaznacz na karcie odpowiedzi w części przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj  pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
7. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
8. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w tabelkach przeznaczonych dla egzaminatora.
Tabelki umieszczone są na marginesie przy odpowiednich zadaniach.
10. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
11. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz z kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z okładką taką jak widoczna poniżej.



Zadanie 1. (0–1)


Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $(\sqrt{32} - \sqrt{2})^2$ jest równa

A. 16

B. 18

C. 30

D. 34

Brudnopis	I Metoda:
	$(\sqrt{32} - \sqrt{2})^2 = (\sqrt{2^5} - \sqrt{2})^2 = (4\sqrt{2} - \sqrt{2})^2 = (3\sqrt{2})^2 = 9 \cdot 2 = \underline{\underline{18}}$
	II Metoda $(\sqrt{32} - \sqrt{2})^2 = \sqrt{2}^2 (\sqrt{16} - 1)^2 = 2(4 - 1)^2 = 2 \cdot 3^2 = \underline{\underline{18}}$
	III Metoda $(\sqrt{32} - \sqrt{2})^2 = 32 - 2 \cdot \sqrt{32} \cdot \sqrt{2} + 2 = 34 - 2 \cdot \sqrt{2^5} \cdot \sqrt{2} =$ $= 34 - 2 \cdot \sqrt{2^6} = 34 - 2 \cdot 2^3 = 34 - 16 = \underline{\underline{18}}$

Zadanie 2. (0–1)


Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\frac{5^{12} + 5^{13} + 5^{14}}{5^{12}}$ jest równa

A. 30

B. 31

C. 5^{12}

D. 5^{27}

Brudnopis
$\frac{5^{12} + 5^{13} + 5^{14}}{5^{12}} = \frac{5^{12} \cdot (1 + 5 + 5^2)}{5^{12}} = 6 + 25 = \underline{\underline{31}}$

Zadanie 3. (0–1)


Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\log_3 108 - 2\log_3 2$ jest równa

A. 3

B. 9

C. $\log_3 104$

D. $2\log_3 54$

Brudnopis

$$\begin{aligned} L &= \log_3 108 - 2\log_3 2 = \log_3(2^2 \cdot 3^3) - 2\log_3 2 = \\ &= \log_3 2^2 + \log_3 3^3 - \log_3 2^2 = \\ &= 3 \cdot \log_3 3 = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|l} 108 & 2 \\ 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Zadanie 4. (0–1)


Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej x wartość wyrażenia $\frac{(3x + 2)^2 - (2x - 3)^2}{W}$ jest równa wartości wyrażenia

A. $5x^2 - 5$

B. $5x^2 + 13$

C. $5x^2 + 24x - 5$

D. $5x^2 + 24x - 13$

Brudnopis

$$\begin{aligned} W &= (3x+2)^2 - (2x-3)^2 = \\ &= 9x^2 + 12x + 4 - (4x^2 - 12x + 9) = \\ &= 9x^2 + 12x + 4 - 4x^2 + 12x - 9 = \\ &= 5x^2 + 24x - 5 \end{aligned}$$

Zadanie 5. (0-2)

Wykaż, że dla każdej nieparzystej liczby naturalnej n liczba $3n^2 + 2n + 7$ jest podzielna przez 4.

Z (założenie): $n \in \mathbb{N}$

$$n = 2k + 1 \quad \wedge \quad k \in \mathbb{N}$$

$$L = 3n^2 + 2n + 7$$

T (teza):

$$L = 4x \quad \wedge \quad x \in \mathbb{N}$$

D (odpowiedź):

$$L = 3n^2 + 2n + 7 = 3(2k+1)^2 + 2(2k+1) + 7$$

$$= 3(4k^2 + 4k + 1) + 4k + 2 + 7 =$$

$$= 12k^2 + 12k + 3 + 4k + 9 =$$

$$= 12k^2 + 16k + 12 = 4 \underbrace{(3k^2 + 4k + 3)}_{x \in \mathbb{N}} = 4x$$

$$L = 4x \quad \text{cnd}$$

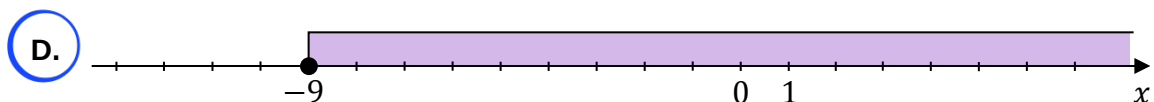
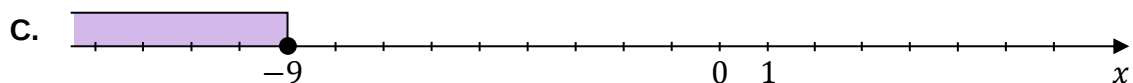
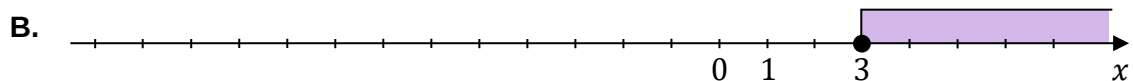
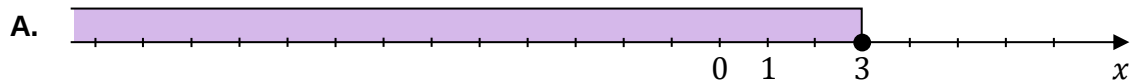
Zadanie 6. (0–1)



Dana jest nierówność

$$3 - 2(1 - 2x) \geq 2x - 17$$

Na którym rysunku poprawnie zaznaczono na osi liczbowej zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających powyższą nierówność? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.



Brudnopis

① $3 - 2(1 - 2x) \geq 2x - 17$

$$3 - 2 + \underline{4x} - \underline{2x} \geq -17$$

$$2x \geq -18 \quad |:2$$

$$x \geq -9$$

odp: $x \in [-9; \infty)$

Zadanie 7. (0–1)


Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie $2x(x+3)(x^2+25)=0$ w zbiorze liczb rzeczywistych ma dokładnie

- ☒ A. dwa rozwiązania: (-3) oraz 0 .
☐ B. dwa rozwiązania: (-3) oraz 2 .
☐ C. trzy rozwiązania: (-5) , (-3) oraz 0 .
☐ D. cztery rozwiązania: (-5) , (-3) , 0 oraz 5 .

Brudnopis
$2x \cdot (x+3) \cdot (x^2+25) = 0$ $x=0 \vee x+3=0 \vee x^2+25=0$ $\underline{\underline{x=0}} \quad \underline{\underline{x=-3}} \quad \underline{\underline{\text{sprzeczne}}}$

Zadanie 8. (0–1)


Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej x różnej od (-2) oraz różnej od 0 wartość wyrażenia

$$W = \frac{x^2+x}{x^2+4x+4} \cdot \frac{x+2}{x} \text{ jest równa wartości wyrażenia } \underline{\underline{x+1-2i0}}$$

A. $\frac{x+2}{4x+4}$

B. $\frac{x+1}{4x+5}$

☒ C. $\frac{x+1}{x+2}$

D. $\frac{2x}{x+2}$

Brudnopis
$\textcircled{1} W = \frac{\cancel{x}(x+1)}{\cancel{(x+2)}^2} \cdot \frac{\cancel{(x+2)}}{\cancel{x}} = \underline{\underline{\frac{x+1}{x+2}}}$

Zarząd firmy wydzielił z budżetu kwotę 1 200 000 złotych łącznie na projekty badawcze dla dwóch zespołów: A i B. W pierwszym półroczu realizacji tych projektów oba zespoły wykorzystały łącznie 146 700 złotych – zespół A wykorzystał 13% przyznanych mu środków, a zespół B wykorzystał 11% przyznanych mu środków.

10.

0-1-2

Zadanie 10. (0-2)

Rozwiąż nierówność

$$3(2x^2 + 1) < 11x$$

Zapisz obliczenia.

$$6x^2 + 3 - 11x < 0$$

$$6x^2 - 11x + 3 < 0$$

$$\begin{cases} \Delta = (-11)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 3 = 121 - 72 = 49 \\ \sqrt{\Delta} = 7 \\ x_1 = \frac{11-7}{2 \cdot 6} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \\ x_2 = \frac{11+7}{2 \cdot 6} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} \end{cases}$$



$$\text{Odp.: } x \in \left(\frac{1}{3}; 1\frac{1}{2}\right)$$

Zadanie 12.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przedstawiono fragment paraboli, która jest wykresem funkcji kwadratowej f (zobacz rysunek). Wierzchołek tej paraboli ma współrzędne $(3, 6)$. Ta parabola przecina oś Oy w punkcie o współrzędnych $(0, 3)$.

Dane:

① $W(3, 6)$ ③

② $(0, 3) \in f(x)$

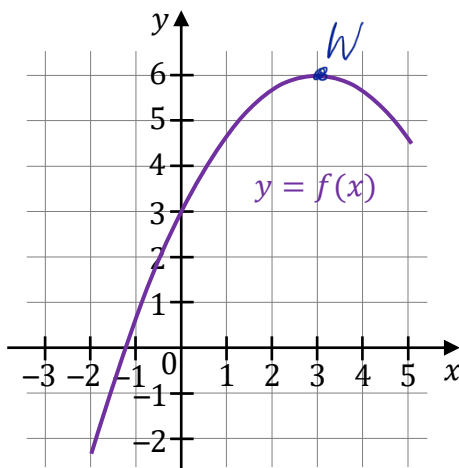
$f(x) = ax^2 + bx + c$

12.3)

④ $g(x) = f(x) - 3$

$g(x_1) = g(x_2) = 0$

$x_1 \neq x_2$



Szukane:

12.1) $f(x) = ?$ (pk) ②

12.2) Oś sym. $f(x) = ?$ ③

12.3) $x_1 + x_2 = ?$

12.1.

0-1-2

Zadanie 12.1. (0-2)

Wyznacz wzór funkcji f w postaci kanonicznej. Zapisz obliczenia.

① $f(x) = a(x-p)^2 + q$ 1 $\begin{cases} a < 0 \\ W = (3, 6) = (p, q) \end{cases}$

$f(x) = a(x-3)^2 + 6$

② $f(0) = 3$

$a(0-3)^2 + 6 = 3$

$9a = -3 \quad | :9$

$a = -\frac{1}{3}$

Odp.:

$f(x) = -\frac{1}{3}(x-3)^2 + 6$

↑ PATRZ ROZWIĄZANIA WNEŚNIEJ

Zadanie 12.2. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Ośią symetrii wykresu funkcji f jest prosta o równaniu

A. $x = 3$

B. $x = -3$

C. $y = 6$

D. $y = -6$

Brudnopis

③ Oś symetrii $f(x)$:
 $x = 3 \Leftrightarrow x = p$

Zadanie 12.3. (0-1)

Funkcja g jest określona dla każdej liczby rzeczywistej x wzorem $g(x) = f(x) - 3$.

Liczby x_1 oraz x_2 są różnymi miejscami zerowymi funkcji g .

Uzupełnij zdanie. Wpisz odpowiednią liczbę w wy kropkowanym miejscu, aby zdanie było prawdziwe.

Suma $x_1 + x_2$ jest równa 6

12.3.

0-1

Brudnopis

④ $g(x) = f(x) - 3$
 $g(x) = -\frac{1}{3}(x-3)^2 + 6 - 3$
 $g(x) = -\frac{1}{3}(x-3)^2 + 3 = -\frac{1}{3}[(x-3)^2 - 9] = -\frac{1}{3}[(x-3)^2 - 3^2]$
 $= -\frac{1}{3}(x-3+3)(x-3-3) = -\frac{1}{3}x(x-6)$ (p.i.)
 $x_1 = 0, x_2 = 6$
 ⑤ $x_1 + x_2 = 0 + 6 = 6$

Zadanie 13. (0-1)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = (3 - m)x - 4$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja f nie ma miejsca zerowego dla m równego

A. (-3)

B. 0

C. 3

D. 4

Brudnopis

DANE:

$$f(x) = (3 - m)x - 4$$

$$f(x) = ax + b$$

$$f(x) \neq 0 \text{ dla } x \in \mathbb{R} \rightarrow \begin{cases} \textcircled{1} a = 0 \\ \textcircled{2} b \neq 0 \end{cases}$$

SZUKANE:

$$m = ?$$

$$\textcircled{1} \quad 3 - m = 0 \\ m = 3$$

1

$$\textcircled{2} \quad -4 \neq 0 \\ m \in \mathbb{R}$$

$$\textcircled{1} \text{ i } \textcircled{2} : \underline{\underline{m = 3}}$$

Zadanie 14.

Ciąg (a_n) jest określony następująco:

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = 2a_n + 1 \end{cases} \text{ dla każdej liczby naturalnej } n \geq 1$$

Zadanie 14.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Trzeci wyraz ciągu (a_n) jest równy

A. 4

B. 5

C. 7

D. 11

Brudnopis

① $a_2 = a_{1+1} = 2 \cdot a_1 + 1 = 2 \cdot 2 + 1 = 5$

② $a_3 = a_{2+1} = 2 \cdot a_2 + 1 = 2 \cdot 5 + 1 = 11$

Spr $a_4 = 2a_3 + 1 = 22 + 1 = 23 \rightarrow a_3 - a_2 \neq a_2 - a_1$
 $a_3 : a_2 \neq a_2 : a_1$

Zadanie 14.2. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

① Ciąg (a_n) jest arytmetyczny. $\rightarrow$ NIE $a_{n+1} - a_n \neq \text{constans.}$

P

F

② Ciąg (a_n) jest geometryczny. $\rightarrow$ NIE $a_{n+1} : a_n \neq \text{const.}$

P

F

Brudnopis

I Metoda

① $a_{n+1} = 2a_n + 1 \quad | - a_n$
 $a_{n+1} - a_n = a_n + 1 \neq \text{const.}$

② $a_{n+1} = 2a_n + 1 \quad | : (a_n) \neq 0$

$\frac{a_{n+1}}{a_n} = 2 + \frac{1}{a_n}$

II Metoda:

① $a_3 - a_2 \neq a_2 - a_1$

② $\frac{a_3}{a_2} \neq \frac{a_2}{a_1}$

$\frac{a_{n+1}}{a_n} \neq \text{const.}$

Zadanie 15. (0-3)

Wyznacz wartość m , dla której trzywyrazowy ciąg

Dane:

$$(a_n) = (2m + 11, m^2 + 3, 5 - m)$$

jest arytmetyczny i malejący. Zapisz obliczenia.

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

$$(a_n) \searrow \rightarrow r < 0$$

SZUKANE

$$m = \frac{5}{2}$$

$$\textcircled{1} \quad a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2} \quad | \cdot 2 \quad | \quad \begin{cases} a_1 = 2m + 11 \\ a_2 = m^2 + 3 \\ a_3 = 5 - m \end{cases}$$

$$2 \cdot (m^2 + 3) = 2m + 11 + 5 - m$$

$$2m^2 + 6 - m - 16 = 0$$

$$2m^2 - m - 10 = 0$$

$$\Delta_m = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-10) = 1 + 80 = 81 = 9^2$$

$$m_1 = \frac{1-9}{2 \cdot 2} = \frac{-8}{4} = -2 \quad \vee \quad m_2 = \frac{1+9}{2 \cdot 2} = \frac{5}{2}$$

$$\textcircled{2} \quad \text{dla } m = -2 \rightarrow (a_n) = (7; 7; 7) \rightarrow \text{Sprawdzenie dla } (a_n) \searrow$$

$$\text{dla } m = \frac{5}{2} \rightarrow (a_n) = (16; 9\frac{1}{4}; 2\frac{1}{2}) \Rightarrow (a_n) \searrow$$

Odp: Ciąg (a_n) jest arytmetyczny i malejący dla $m = \frac{5}{2}$

Zadanie 16. (0–1)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, w którym $a_1 = 27$ oraz $a_2 = 9$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Czwarty wyraz ciągu (a_n) jest równy

A. $\frac{1}{3}$

B. 1

C. 3

D. 729

Brudnopis

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$
$$a_1 = 27$$
$$a_2 = 9$$
$$a_1 q = 9$$
$$27q = 9 \quad / : 27$$
$$q = \frac{1}{3}$$
$$a_4 = a_1 \cdot q^3$$
$$a_4 = 27 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3$$
$$a_4 = 1$$
Zadanie 17. (0–1)

Kąt α jest ostry i spełnia warunek $\sqrt{3} \operatorname{tg} \alpha = 2 \sin \alpha$.

①

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Cosinus kąta α jest równy

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

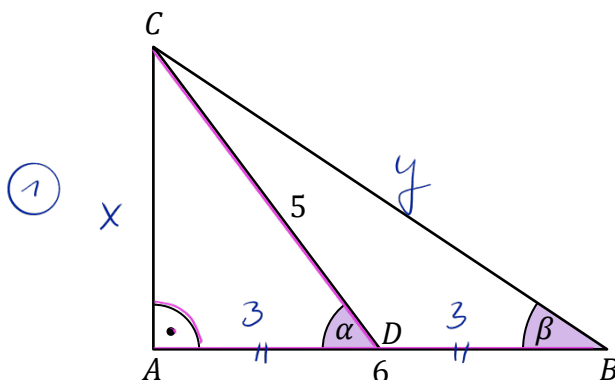
D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

Brudnopis

$$\alpha \in (0^\circ; 90^\circ)$$
$$\sqrt{3} \operatorname{tg} \alpha = 2 \sin \alpha$$
$$\sqrt{3} \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 2 \cdot \sin \alpha \quad / : \sin \alpha > 0$$
$$\frac{\sqrt{3}}{\cos \alpha} = 2 \quad / \cdot \frac{\cos \alpha}{2}$$
$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Zadanie 18.

Dany jest trójkąt prostokątny ABC , w którym bok BC jest przeciwprostokątną, przyprostokątna AB ma długość 6, a środkowa CD ma długość 5. Oznaczmy kąt ADC przez α , natomiast kąt ABC – przez β (zobacz rysunek).

**Zadanie 18.1. (0–1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta α jest równy

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{4}{5}$

D. $\frac{4}{3}$

Brudnopis

(2) $\triangle ADC: x^2 + 3^2 = 5^2 \rightarrow x = 4$

(3) $\tan \alpha = \frac{x}{3} = \frac{4}{3}$

Zadanie 18.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Sinus kąta β jest równy

A. $\frac{2}{\sqrt{13}}$

B. $\frac{3}{\sqrt{13}}$

C. $\frac{5}{2\sqrt{13}}$

D. $\frac{4}{5}$

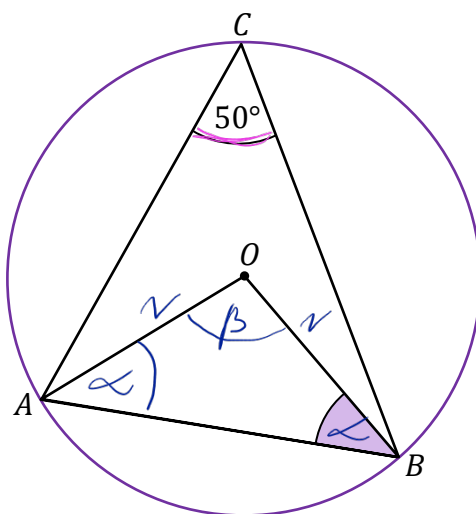
Brudnopis

(4) $\triangle ABC: y^2 = x^2 + 6^2 \rightarrow y^2 = 16 + 36 = 52 \rightarrow y = 2\sqrt{13}$

(5) $\sin \beta = \frac{x}{y} = \frac{4}{2\sqrt{13}} = \frac{2}{\sqrt{13}}$

Zadanie 19. (0–1)

Punkty A , B oraz C leżą na okręgu o środku w punkcie O .
Miara kąta BCA jest równa 50° (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta ostrego $\widehat{ABO}$ jest równa

A. 20°

B. 35°

C. 40°

D. 50°

Brudnopis

① $\widehat{AB}$: $\beta = 2 \cdot 50^\circ = \underline{100^\circ}$

② $\triangle ABO$: $2\alpha + \beta = 180^\circ$
 $2\alpha = 180^\circ - 100^\circ$
 $2\alpha = 80^\circ \quad / : 2$
 $\alpha = \underline{\underline{40^\circ}}$

Zadanie 20. (0-1)

W trójkącie równoramiennym ABC dane są: $|AC| = |BC| = 4$ i $|AB| = 3$.

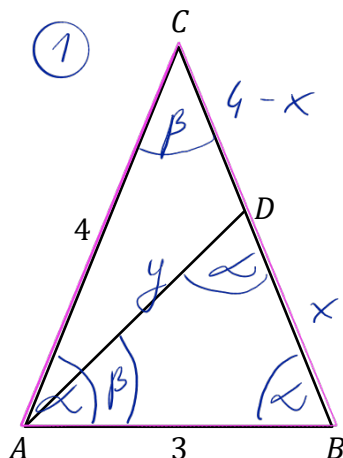
Na boku BC , między punktami B i C , wybrano taki punkt D , że trójkąty ABC i BDA są podobne (zobacz rysunek).

Dane

$$|AC| = |BC| = 4$$

$$|AB| = 3$$

$$\textcircled{2} \triangle ABC \sim \triangle BDA$$



Szukane:

$$x = |BD| = ?$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Odcinek BD ma długość

A. 2

B. 2,25

C. 2,5

D. 3

Brudnopis

$\textcircled{2}$ k - skala podobieństwa $\triangle ABC$ do $\triangle BDA$

$$k = \frac{4}{3} = \frac{3}{x} \quad \text{ i } \quad y = 3$$

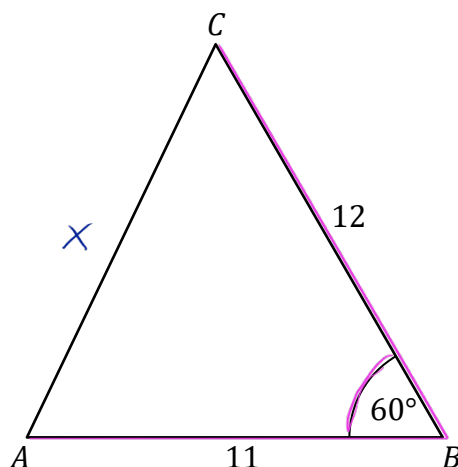
$$x = \frac{3^2}{4}$$

$$\underline{\underline{x = \frac{9}{4} = 2 \frac{1}{4} = 2,25}}$$

Zadanie 21. (0–1)

Dany jest trójkąt ABC , w którym $|AB| = 11$, $|BC| = 12$ oraz $|\angle ABC| = 60^\circ$ (zobacz rysunek).

Dane
 $|AB| = 11$
 $|BC| = 12$



Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

①	Trójkąt ABC jest równoramienny.	P	F
②	Pole trójkąta ABC jest równe $33\sqrt{3}$.	P	F

Brudnopis

① $\triangle ABC$ – Tw. cosin.

$$x^2 = 11^2 + 12^2 - 2 \cdot 11 \cdot 12 \cdot \cos 60^\circ \quad \wedge \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$x^2 = 121 + 144 - 264 \cdot \frac{1}{2}$$

$$x^2 = 133 \quad \sqrt{\quad}, x > 0$$

$$x = \sqrt{133} \approx 11,5 \quad \rightarrow \quad x \neq 11 \quad \wedge \quad x \neq 12$$

② $P_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 11 \cdot 12 \cdot \sin 60^\circ = 66 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \underline{\underline{33\sqrt{3}}}$

Zadanie 22. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest kwadrat $ABCD$, w którym $A = (4, -1)$. Przekątne tego kwadratu przecinają się w punkcie $S = (1, 3)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Przekątna kwadratu $ABCD$ ma długość

A. 5

B. 7

C. 10

D. 14

Brudnopis

Dane: $A(4, -1)$, $S(1, 3)$

Szukane: $|AC| = ?$

① $|AS| = \sqrt{(1-4)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{9+16} = 5$

② $|AC| = 2 \cdot |AS| = 10$

Zadanie 23. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) proste k oraz l są określone równaniami

$$k: y = (m - 2)x + 5 \rightarrow a_k = m - 2$$

$$l: y = -4x + (m + 3) \rightarrow a_l = -4$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste k oraz l są równoległe, gdy liczba m jest równa

A. (-4)

B. (-2)

C. 2

D. 5

Brudnopis

① $k \parallel l \rightarrow m - 2 = -4 \Leftrightarrow a_k = a_l$

$m = -2$

Zadanie 24. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkt $P = (0, 0)$ leży na okręgu $\mathcal{O}$ o środku w punkcie $S = (2, 4)$. 1

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okrąg $\mathcal{O}$ jest określony równaniem

A. $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 2\sqrt{5}$

B. $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 20$

C. $(x + 2)^2 + (y + 4)^2 = 2\sqrt{5}$

D. $(x + 2)^2 + (y + 4)^2 = 20$

Brudnopis

① $o, (S; r): (x - 2)^2 + (y - 4)^2 = r^2$

② $r = |SP| = \sqrt{(0 - 2)^2 + (0 - 4)^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20}$
 $r^2 = 20$

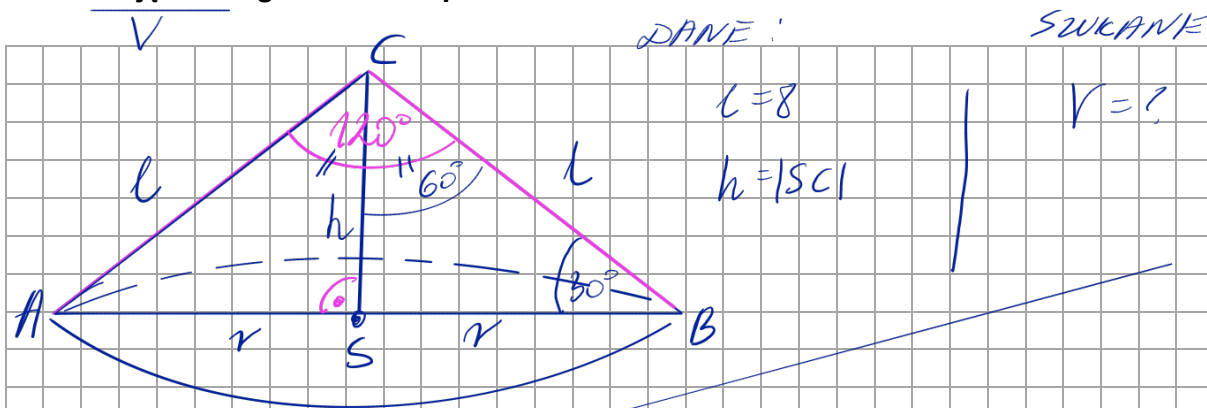
Zadanie 25. (0-3)

Tworząca stożka ma długość 8. Kąt rozwarcia tego stożka ma miarę 120° .

25.

0-1-
2-3

Oblicz objętość tego stożka. Zapisz obliczenia.



$$\textcircled{1} \triangle SBC (30^\circ, 60^\circ, 90^\circ) \Rightarrow l = 2h \quad \text{and} \quad r = h\sqrt{3}$$

$$8 = 2h \quad | :2$$

$$\underline{h = 4} \quad \rightarrow \quad \underline{r = 4\sqrt{3}}$$

$$\textcircled{2} V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (4\sqrt{3})^2 \cdot 4 =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 16 \cdot 4 = 64\pi$$

Odp: $\underline{\underline{V = 64\pi}}$

Zadanie 26. (0–1)

Objętość sześcianu jest równa 729.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość przekątnej tego sześcianu jest równa

- ☒ A. $9\sqrt{3}$ ☐ B. $9\sqrt{2}$ ☐ C. $3\sqrt{3}$ ☐ D. $3\sqrt{2}$

Brudnopis

① a - krawędź sześcianu

$$V = a^3 = 729$$

$$a^3 = 9^3$$

$$a = 9 \quad | \cdot \sqrt{3}$$

$$\underline{\underline{a\sqrt{3} = 9\sqrt{3}}} \quad - \text{przekątna sześcianu}$$

Zadanie 27. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych nieparzystych, w których zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jeden raz cyfra 0, jest

- ☒ A. 45 ☐ B. 50 ☐ C. 54 ☐ D. 81

Brudnopis

$\overline{A} = \overbrace{9}^{\text{X}} \cdot \overbrace{1}^0 \cdot \overbrace{5}^{\text{NP}} = \underline{\underline{45}}$

↓

1 1
2 3
3 5
⋮ 7
9 9

Zadanie 28. (0–1)

Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ścianie ma inną liczbę oczek – od jednego oczka do sześciu oczek. Zdarzenie A polega na tym, że suma liczb wyrzuconych oczek będzie równa 11.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe

A. $\frac{1}{36}$

B. $\frac{6}{36}$

C. $\frac{11}{36}$

D. $\frac{2}{36}$

Brudnopis $n = 6$ - linby na kostce

① $k = 2$, KI (kolejność istotna), P (powtórzenie) / $P(A) = ?$
 A - suma oczek = 11

① $\Omega = n^k = 6^2 = 36$

② $A = \{(6, 5); (5, 6)\}$
 $\bar{A} = 2$

③ $P(A) = \frac{\bar{A}}{\Omega} = \frac{2}{36}$

Zadanie 29. (0–1)

Średnia arytmetyczna siedmiu liczb: 1, 2, 3, 4, 5, x , y , jest równa 3.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Suma $x + y$ jest równa

A. 4

B. 5

C. 6

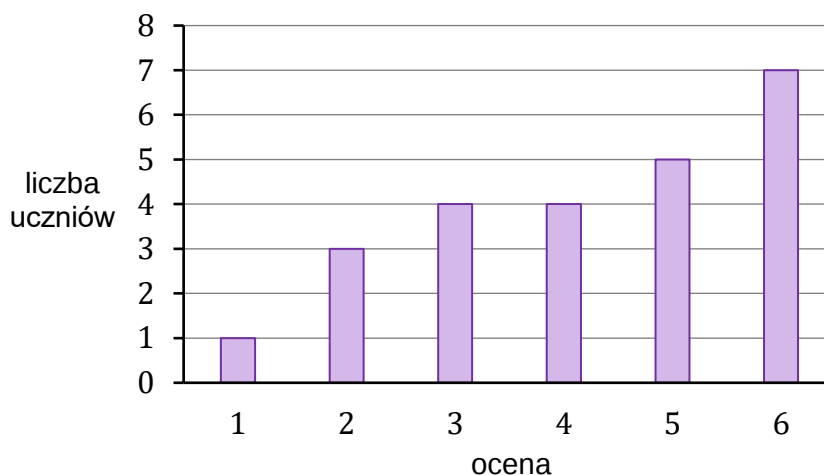
D. 7

Brudnopis

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+x+y}{7} = 3 \quad | \cdot 7$$
$$1+2+3+4+5+x+y = 21$$
$$\underline{\underline{x+y = 6}}$$

Zadanie 30. (0–2)

Na diagramie przedstawiono wyniki sprawdzianu z matematyki w pewnej klasie maturalnej liczącej 24 uczniów. Na osi poziomej podano oceny, które uzyskali uczniowie tej klasy, a na osi pionowej podano liczbę uczniów, którzy otrzymali daną ocenę.



Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wy kropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

30.

0–1–2

1. Mediana ocen uzyskanych z tego sprawdzianu przez uczniów tej klasy jest równa

..... 4,5

2. Dominanta ocen uzyskanych z tego sprawdzianu przez uczniów tej klasy jest równa

..... 6

Brudnopis ① $n = 24 \rightarrow$ liczba wszystkich uczniów w klasie

ocena	1	2	3	4	5	6	x_i
l. uczniów	1	3	4	4	5	7	n_i
suma	1	4	8	12	17	24 = n	

$Me = \frac{x_{12} + x_{13}}{2} = \frac{4 + 5}{2} = \underline{\underline{4,5}}$

II Metoda 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6

$Me = \frac{4 + 5}{2} = \underline{\underline{4,5}}$

③ $M_0 = D_0 = \underline{\underline{6}}$

Zadanie 31. (0-4)

Rozważamy wszystkie prostopadłościany $ABCDEFGH$, w których krawędź BC ma długość 4 oraz suma długości wszystkich krawędzi wychodzących z wierzchołka B jest równa 15 (zobacz rysunek).

Niech $P(x)$ oznacza funkcję pola powierzchni całkowitej takiego prostopadłościanu w zależności od długości x krawędzi AB .

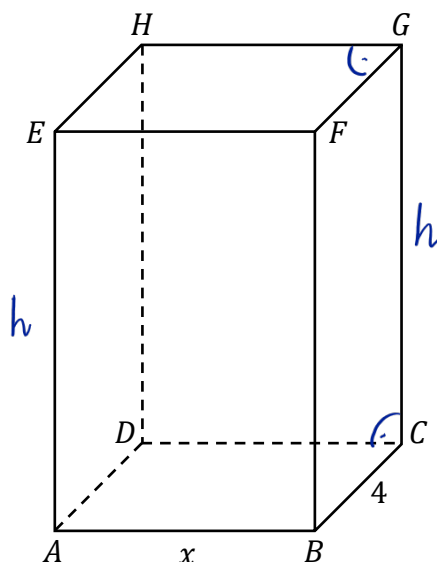
DANE:

$$|BC| = 4$$

$$\textcircled{1} \quad x + 4 + h = 15$$

$$\textcircled{2} \quad P_c = P(x)$$

$$P(x) = NW$$



SZUKANE:

$$P(x) = ?$$

$$D = ? \text{ (dziedzina } P(x))$$

$$x = ?$$

31.

0-1-
2-3-4

Wyznacz wzór i dziedinę funkcji P . Oblicz długość x krawędzi AB tego z rozważanych prostopadłościanów, którego pole powierzchni całkowitej jest największe. Zapisz obliczenia.

$$\textcircled{1} \quad x + 4 + h = 15$$

$$h = 11 - x$$

$$\textcircled{2} \quad P_c = 2 \cdot 4x + 2(4+x) \cdot h$$

$$= 8x + 2(4+x)(11-x)$$

$$= 8x + 2(44 + 7x - x^2) = P(x)$$

$$P(x) = -2x^2 + 22x + 88$$

$$\textcircled{4} \quad x_{NW} = \frac{-22}{2 \cdot (-2)} = \frac{11}{2} = 5,5 \in D$$

$$\textcircled{3} \quad \begin{aligned} &\text{zauważ:} \\ &x > 0 \wedge h > 0 \\ &11 - x > 0 \\ &x < 11 \end{aligned}$$

$$D: x \in (0; 11)$$

Odp: $P(x) = -2x^2 + 22x + 88$, $D = (0; 11)$;
Pole całkowite prostopadłościanu jest największe dla
 $|AB| = x = 5,5$



MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2023



MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2023



MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2023

