# MATURA PODSTAWOWA MAJ 2023

# FORMUŁA 2023

CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

**WYPEŁNIA ZDAJĄCY**

KOD

PESEL

***Miejsce na naklejkę.***
*Sprawdź, czy kod na naklejce to* **M-100**.
*Jeżeli tak – przyklej naklejkę.*
*Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.*

# Egzamin maturalny *Formuła 2023*

# MATEMATYKA

## Poziom podstawowy

*Symbol arkusza*
MMAP-P0-100-2305

**WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

- ☐ dostosowania zasad oceniania
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią
- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę.

DATA: **8 maja 2023 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS TRWANIA: **180 minut**

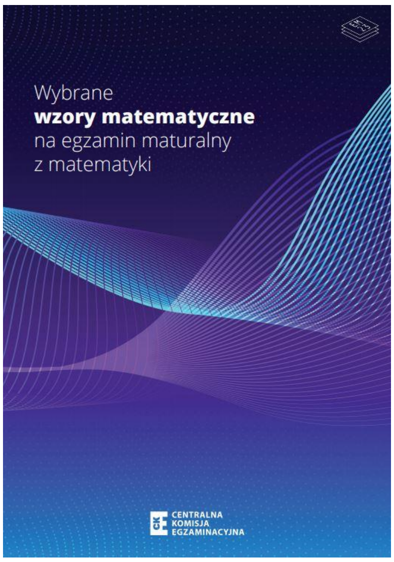
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **46**

**Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym**

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.

## Instrukcja dla zdającego

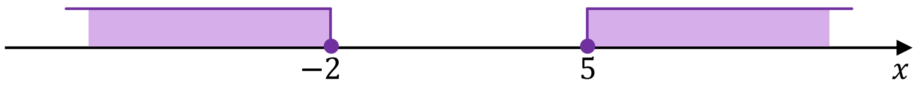
1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 31 stron (zadania 1–31).
   Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Symbol zamieszczony w nagłówku zadania oznacza, że rozwiązanie zadania zamkniętego musisz przenieść na kartę odpowiedzi.
4. Odpowiedzi do zadań zamkniętych zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
7. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
8. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w tabelkach przeznaczonych dla egzaminatora.
   Tabelki umieszczone są na marginesie przy odpowiednich zadaniach.
10. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
11. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z okładką taką jak widoczna poniżej.



**Zadania egzaminacyjne są wydrukowane na następnych stronach.**

## Zadanie 1. (0–1)

Na osi liczbowej zaznaczono sumę przedziałów.




**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Zbiór zaznaczony na osi jest zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

**A.** $|x - 3{,}5| \geq 1{,}5$

**B.** $|x - 1{,}5| \geq 3{,}5$

**C.** $|x - 3{,}5| \leq 1{,}5$

**D.** $|x - 1{,}5| \leq 3{,}5$

*Brudnopis*

A) $|x - 1{,}5| \geq 3{,}5$

$x - 1{,}5 \geq 3{,}5 \quad \vee \quad x - 1{,}5 \leq -3{,}5$

$x \geq 5 \quad \vee \quad x \leq -2$

Odp: $x \in (-\infty; -2\rangle \cup \langle 5; \infty)$

## Zadanie 2. (0–1)

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Liczba $\sqrt[3]{-\frac{27}{16}} \cdot \sqrt[3]{2}$ jest równa

**A.** $\left(-\frac{3}{2}\right)$

**B.** $\frac{3}{2}$

**C.** $\frac{2}{3}$

**D.** $\left(-\frac{2}{3}\right)$

*Brudnopis*

$\sqrt[3]{\frac{-27}{16}} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{\frac{-27 \cdot \cancel{2}}{\cancel{16}\,8}} = -\frac{3}{2}$

## Zadanie 3. (0–2)

3.

0–1–2

**Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ liczba $(2n+1)^2 - 1$ jest podzielna przez $8$.**

Z: $k, n \in N$ $n \geq 1$

$L = (2n+1)^2 - 1$

T: $L = 8 \cdot k$ $\longrightarrow$ liczba podzielna na 8

D: $L = (2n+1)^2 - 1 = 4n^2 + 4n = 4\underbrace{n(n+1)}_{2k} = 8k$

$\underline{\underline{L = 8k}}$ cnd

## Zadanie 4. (0–1)

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Liczba $\log_9 27 + \log_9 3$ jest równa

**A.** $81$ **B.** $9$ **C.** $4$ **D.** $2$

*Brudnopis*

$\log_9 27 + \log_9 3 = \log_9 (27 \cdot 3) = \log_9 81 = \log_9 9^2 = 2$

## Zadanie 5. (0–1)

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Dla każdej liczby rzeczywistej $a$ wyrażenie $(2a-3)^2-(2a+3)^2$ jest równe

**A.** $-24a$ **B.** $0$ **C.** $18$ **D.** $16a^2-24a$

*Brudnopis*

$(2a-3)^2-(2a+3)^2 = (2a-3+2a+3)(2a-3-2a-3)$

$= 4a \cdot (-6) = -24a$

## Zadanie 6. (0–1)

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

$$-2(x+3) \leq \frac{2-x}{3}$$

jest przedział

**A.** $(-\infty, -4]$ **B.** $(-\infty, 4]$ **C.** $[-4, \infty)$ **D.** $[4, \infty)$

*Brudnopis*

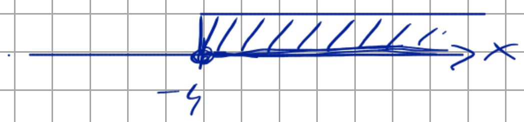
$-2(x+3) \leq \frac{2-x}{3} \quad / \cdot 3$

$-6(x+3) \leq 2-x$

$-6x-18 \leq 2-x$

$-5x \leq 20 \quad / : (-5)$

$x \geq -4$




$x \in \langle -4; \infty)$

## Zadanie 7. (0–1)

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Jednym z rozwiązań równania $\sqrt{3}(x^2-2)(x+3)=0$ jest liczba

**A.** $3$ **B.** $2$ **C.** $\sqrt{3}$ **D.** $\sqrt{2}$

*Brudnopis*

$\sqrt{3}(x^2-2)(x+3)=0$

$\sqrt{3} \cdot (x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})(x+3)=0$

$x-\sqrt{2}=0 \lor x+\sqrt{2}=0 \lor x+3=0$

$x=\sqrt{2} \lor x=-\sqrt{2} \lor x=-3$

$x \in \{-3; -\sqrt{2}; 2\}$

## Zadanie 8. (0–1)

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Równanie $\frac{(x+1)(x-1)^2}{(x-1)(x+1)^2} = 0$ w zbiorze liczb rzeczywistych

**A.** nie ma rozwiązania.

**B.** ma dokładnie jedno rozwiązanie: $-1$.

**C.** ma dokładnie jedno rozwiązanie: $1$.

**D.** ma dokładnie dwa rozwiązania: $-1$ oraz $1$.

*Brudnopis*

$\frac{\cancel{(x+1)}(x-1)^{\cancel{2}}}{\cancel{(x-1)}(x+1)^{\cancel{2}}} = 0$

1 zał. $(x-1)(x+1)^2 \neq 0$

$x-1 \neq 0 \land x+1 \neq 0$

$x \neq 1 \land x \neq -1$

2 $\frac{x-1}{x+1} = 0$

$x-1=0$

$x = 1 \notin D$

$D: x \in R - \{-1; 1\}$

Odp: $x = \emptyset$

## Zadanie 9. (0–3)

9. 0–1–2–3

**Rozwiąż równanie**

$$3x^3 - 2x^2 - 12x + 8 = 0$$

**Zapisz obliczenia.**

$x^2(3x-2) - 4(3x-2) = 0$

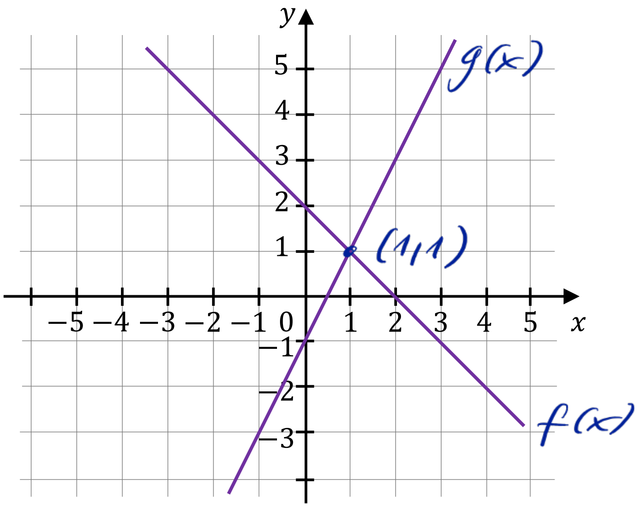
$(3x-2)\cdot(x^2-4) = 0$

$3(x-\frac{2}{3})(x-2)(x+2) = 0$

Odp: $x = \{-2; \frac{2}{3}; 2\}$

## Zadanie 10. (0–1)

Na rysunku przedstawiono interpretację geometryczną w kartezjańskim układzie współrzędnych $(x, y)$ jednego z niżej zapisanych układów równań A–D.




$f(x) \searrow$

$g(x) \nearrow$

$(1,1) \in (f \cap g)$

$(0,2) \in f$

$(0,-1) \in g$

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Układem równań, którego interpretację geometryczną przedstawiono na rysunku, jest

**A.** $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = -2x + 1 \end{cases}$

**B.** $\begin{cases} y = x - 2 \\ y = -2x - 1 \end{cases}$

**C.** $\begin{cases} y = x - 2 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$

**D.** $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$

*Brudnopis*

Z WYKRESÓW

$f(x) \searrow$

$g(x) \nearrow$

$(1,1) \in (f \cap g)$

$(0,2) \in f$

$(0,-1) \in g$

$\Rightarrow \begin{cases} f(x) = -x + 2 \\ g(x) = 2x - 1 \end{cases}$

Odp. D

**Zadanie 11. (0–2)**

Dany jest prostokąt o bokach długości $a$ i $b$, gdzie $a > b$. Obwód tego prostokąta jest równy $30$. Jeden z boków prostokąta jest o $5$ krótszy od drugiego.

**Uzupełnij zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A–F i wpisz te litery w wykropkowanych miejscach.**

11.
0–1–2

Zależności między długościami boków tego prostokąta zapisano w układach równań

oznaczonych literami: ……… oraz ……… .

**A.** $\begin{cases} 2ab = 30 \\ a - b = 5 \end{cases}$

**B.** $\begin{cases} 2a + b = 30 \\ a = 5b \end{cases}$

**C.** $\begin{cases} 2(a + b) = 30 \\ b = a - 5 \end{cases}$

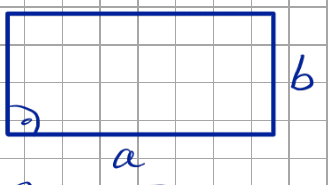
**D.** $\begin{cases} 2a + 2b = 30 \\ b = 5a \end{cases}$

**E.** $\begin{cases} 2a + 2b = 30 \\ a - b = 5 \end{cases}$

**F.** $\begin{cases} a + b = 30 \\ a = b + 5 \end{cases}$

*Brudnopis*

Dane:




$2(a+b)=30$

$a=b+5$

(1) $2(a+b)=30 \iff 2a+2b=30$

(2) $a=b+5 \iff a-b=5 \iff b=a-5$

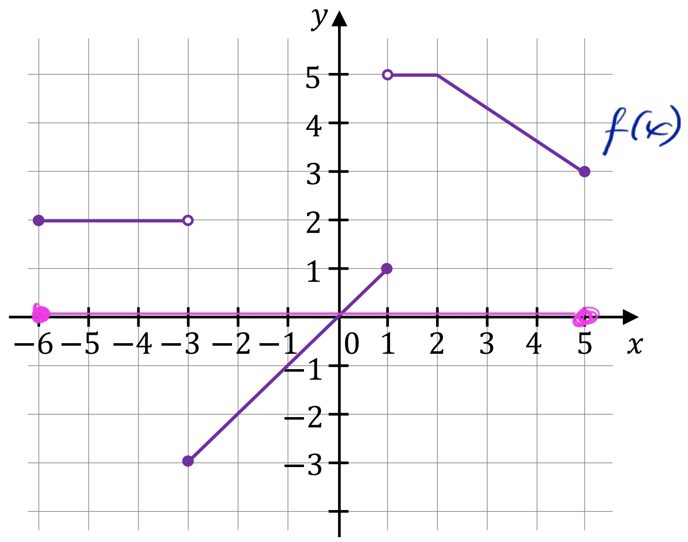
$\Downarrow$

$\begin{cases} 2(a+b)=30 \\ b=a-5 \end{cases} \vee \begin{cases} 2a+2b=30 \\ a-b=5 \end{cases}$

C E

## Zadanie 12.

W kartezjańskim układzie współrzędnych $(x, y)$ narysowano wykres funkcji $y = f(x)$ (zobacz rysunek).




## Zadanie 12.1. (0–1)

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Dziedziną funkcji $f$ jest zbiór

**A.** $[-6, 5]$ **B.** $(-6, 5)$ **C.** $(-3, 5]$ **D.** $[-3, 5]$

*Brudnopis*

## Zadanie 12.2. (0–1)

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Największa wartość funkcji $f$ w przedziale $[-4, 1]$ jest równa

**A.** $0$ **B.** $1$ **C.** $2$ **D.** $5$

*Brudnopis*

$f(-4) = 2$

## Zadanie 12.3. (0–1)

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

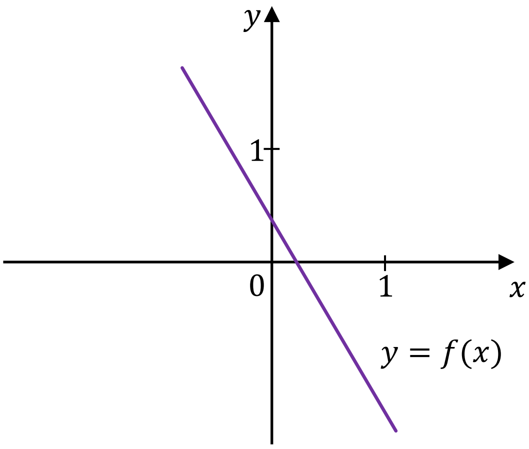
Funkcja $f$ jest malejąca w zbiorze

**A.** $[-6, -3]$ **B.** $[-3, 1]$ **C.** $(1, 2]$ **D.** $[2, 5]$

*Brudnopis*

## Zadanie 13. (0–1)

Funkcja liniowa $f$ jest określona wzorem $f(x) = ax + b$, gdzie $a$ i $b$ są pewnymi liczbami rzeczywistymi. Na rysunku obok przedstawiono fragment wykresu funkcji $f$ w kartezjańskim układzie współrzędnych $(x, y)$.




**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Liczba $a$ oraz liczba $b$ we wzorze funkcji $f$ spełniają warunki:

**A.** $a > 0$ i $b > 0$. **B.** $a > 0$ i $b < 0$.

**C.** $a < 0$ i $b > 0$. **D.** $a < 0$ i $b < 0$.

*Brudnopis*

$f \searrow \rightarrow a < 0$

$\underbrace{f(0)}_{b} \in (0;1) \rightarrow b > 0$

**Zadanie 14. (0–1)**

Jednym z miejsc zerowych funkcji kwadratowej $f$ jest liczba $(-5)$. Pierwsza współrzędna wierzchołka paraboli, będącej wykresem funkcji $f$, jest równa $3$.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Drugim miejscem zerowym funkcji $f$ jest liczba

A. $11$ B. $1$ C. $(-1)$ D. $(-13)$

*Brudnopis*

Dane:

$f(x)=a(x-x_1)(x-x_2)=a(x-p)^2+q$

$f(-5)=0$

$x_w=p=3$

Szukane:

$x_2=?$

1

$\frac{x_1+x_2}{2}=p$

$\frac{-5+x_2}{2}=3 \quad /\cdot 2$

$-5+x_2=6$

$x_2=11$

## Zadanie 15. (0–1)

Ciąg $(a_n)$ jest określony wzorem $a_n = 2^n \cdot (n + 1)$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Wyraz $a_4$ jest równy

**A.** $64$ **B.** $40$ **C.** $48$ **D.** $80$

*Brudnopis*

$a_n = 2^n \cdot (n+1)$ | $a_4 = ?$

$a_4 = 2^4 \cdot (4+1) = 16 \cdot 5 = 80$

## Zadanie 16. (0–1)

Trzywyrazowy ciąg $(27, 9, a - 1)$ jest geometryczny.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Liczba $a$ jest równa

**A.** $3$ **B.** $0$ **C.** $4$ **D.** $2$

*Brudnopis*

1 $a_n = a_1 q^{n-1}$

$(a_n) = (27; 9; a-1)$ | $a = ?$

1 $a_n^2 = a_{n-1} \cdot a_{n+1}$

$9^2 = 27 \cdot (a-1) \quad /:27$

$3 = a - 1$

$a = 4$

## Zadanie 17. (0–2)

Pan Stanisław spłacił pożyczkę w wysokości $8910$ zł w osiemnastu ratach. Każda kolejna rata była mniejsza od poprzedniej o $30$ zł.

17. 0–1–2

**Oblicz kwotę pierwszej raty. Zapisz obliczenia.**

$S_n = 8910$ zł $= a_1 + a_2 + \ldots + a_n$ → SUMA RAT

1 $a_n = a_1 + (n-1)\cdot r$

$n = 18$ – ilość rat

$r = -30$ zł.

$a_1 = ?$

$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)\cdot r}{2}\cdot n$

1 $\frac{2\cdot a_1 + \overbrace{(18-1)}^{17}\cdot(-30)}{\cancel{2}}\cdot \cancel{18}^{9} = 8910 \quad /:9$

$2a_1 - 510 = 990$

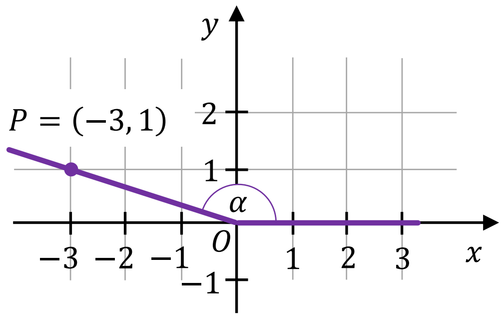
$2a_1 = 1500 \quad /:2$

$a_1 = 750$ zł

Odp: Pierwsza rata wynosiła 750 zł

## Zadanie 18. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych $(x, y)$ zaznaczono kąt $\alpha$ o wierzchołku w punkcie $O = (0, 0)$. Jedno z ramion tego kąta pokrywa się z dodatnią półosią $Ox$, a drugie przechodzi przez punkt $P = (-3, 1)$ (zobacz rysunek).




**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Tangens kąta $\alpha$ jest równy

**A.** $\frac{1}{\sqrt{10}}$ **B.** $\left(-\frac{3}{\sqrt{10}}\right)$ **C.** $\left(-\frac{3}{1}\right)$ **D.** $\left(-\frac{1}{3}\right)$

*Brudnopis*

$P(-3;1) = (x_p; y_p)$

① $r = \sqrt{x_p^2 + y_p^2} = \sqrt{10}$

② $tg\alpha = \frac{y_p}{x_p} = \frac{1}{-3}$

## Zadanie 19. (0–1)

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Dla każdego kąta ostrego $\alpha$ wyrażenie $\sin^4\alpha + \sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha$ jest równe

**A.** $\sin^2\alpha$ **B.** $\sin^6\alpha \cdot \cos^2\alpha$

**C.** $\sin^4\alpha + 1$ **D.** $\sin^2\alpha \cdot (\sin\alpha + \cos\alpha) \cdot (\sin\alpha - \cos\alpha)$

*Brudnopis*

$\sin^4\alpha + \sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha = \sin^2\alpha\,\overbrace{(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)}^{1} = \sin^2\alpha$

## Zadanie 20. (0–1)

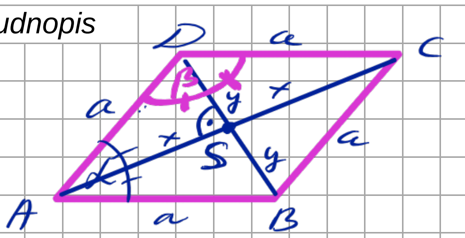
W rombie o boku długości $6\sqrt{2}$ kąt rozwarty ma miarę $150°$.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Iloczyn długości przekątnych tego rombu jest równy

A. $24$ B. $72$ C. $36$ D. $36\sqrt{2}$

*Brudnopis*




$a = 6\sqrt{2}$

$\beta = 150°$

$\underbrace{|AC|}_{2x} \cdot \underbrace{|BD|}_{2y} = ?$

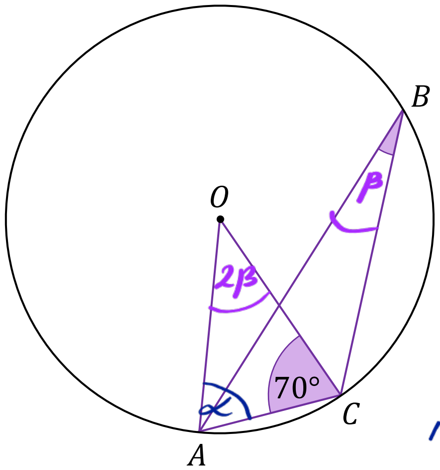
II (+)

① $P_{ABCD} = a^2 \sin\beta = (6\sqrt{2})^2 \cdot \sin 150° = 36 \cdot 2 \cdot \sin(180° - 30°) =$
$= 72 \cdot \sin 30° = 72 \cdot \frac{1}{2} = 36$

② $P_{ABCD} = \frac{1}{2}|AC| \cdot |BD| = 36 \rightarrow$ odp: $|AC| \cdot |BD| = 72$

## Zadanie 21. (0–1)

Punkty $A$, $B$, $C$ leżą na okręgu o środku w punkcie $O$.
Kąt $ACO$ ma miarę $70°$ (zobacz rysunek).




**Dokończ zdanie.**
**Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Miara kąta ostrego $ABC$ jest równa

A. $10°$ B. $20°$ C. $35°$ D. $40°$

*Brudnopis*

① $|AO| = |CO| = r \rightarrow \alpha = 70°$

② $2\beta + \alpha + 70° = 180°$
$2\beta + 70° + 70° = 180°$
$2\beta = 40° \quad /:2$
$\beta = 20°$

1 $|\sphericalangle ABC| = \frac{1}{2}|\sphericalangle AOC|$
KĄT ŚRODKOWY I WPISANY OPARTE NA ŁUKU AC.

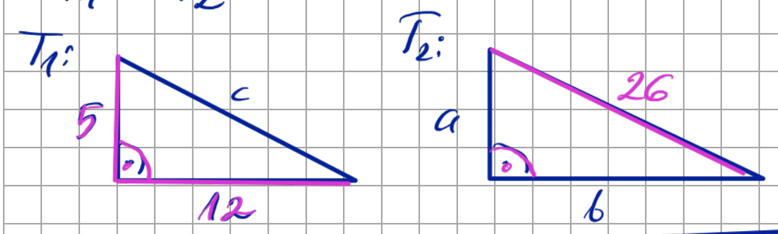
## Zadanie 22. (0–2)

Trójkąty prostokątne $T_1$ i $T_2$ są podobne. Przyprostokątne trójkąta $T_1$ mają długości $5$ i $12$. Przeciwprostokątna trójkąta $T_2$ ma długość $26$.

**Oblicz pole trójkąta $T_2$. Zapisz obliczenia.**

22.
0–1–2

$T_1 \sim T_2$




$P_2 = ?$

(1) $P_1 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 = 30$

(2) $c^2 = 5^2 + 12^2 \rightarrow c^2 = 169 \xrightarrow{c>0} c = 13$

(3) skala podobieństwa $T_1$ do $T_2$

$k = \frac{c}{26} = \frac{13}{26} = \frac{1}{2}$

(4) $k^2 = \frac{P_1}{P_2}$

$\frac{1}{4} = \frac{30}{P_2} \quad / \cdot 4P_2$

$P_2 = 120$

Odp: Pole $\Delta_2$ wynosi $120$

## Zadanie 23. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych $(x, y)$ dane są proste $k$ oraz $l$ o równaniach

$$k\colon\ y = \frac{2}{3}x \longrightarrow a_k = \frac{2}{3}$$

$$l\colon\ y = -\frac{3}{2}x + 13 \longrightarrow a_l = -\frac{3}{2}$$

**Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź A albo B oraz odpowiedź 1., 2. albo 3.**

Proste $k$ oraz $l$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **A.** | są prostopadłe | i przecinają się w punkcie $P$ o współrzędnych | **1.** | $(-6, -4)$ |
| | | | **2.** | $(6, 4)$ |
| **B.** | nie są prostopadłe | | **3.** | $(-6, 4)$ |

*Brudnopis*

1. $a_k \cdot a_l = -1 \longrightarrow \underline{\underline{k \perp l}}$

2. $\frac{2}{3}x = -\frac{3}{2}x + 13 \quad / \cdot 6$

$4x = -9x + 78$

$13x = 78 \quad / : 13$

$\underbrace{x = 6} \longrightarrow \underbrace{y} = \frac{2}{3} \cdot 6 = \underbrace{4}$

$P \in (l \cap k) \longrightarrow \underline{\underline{P = (6; 4)}}$

## Zadanie 24. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych $(x, y)$ dana jest prosta $k$ o równaniu

$$l\colon\ y = -\frac{1}{3}x + 2$$

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Prosta o równaniu $\overbrace{y = ax + b}^{k}$ jest równoległa do prostej $k$ i przechodzi przez punkt $P = (3, 5)$, gdy

**A.** $a = 3$ i $b = 4$.

**B.** $a = -\frac{1}{3}$ i $b = 4$.

**C.** $a = 3$ i $b = -4$.

**D.** $a = -\frac{1}{3}$ i $b = 6$.

Brudnopis

① $l \parallel k \Rightarrow \underline{a = -\frac{1}{3}} \rightarrow k\colon y = -\frac{1}{3}x + b$

② $P \in k \Rightarrow 5 = -\frac{1}{3} \cdot 3 + b$

$\underline{6 = b} \rightarrow k\colon y = -\frac{1}{3}x + 6$

## Zadanie 25. (0–1)

Dany jest graniastosłup prawidłowy czworokątny, w którym krawędź podstawy ma długość $15$. Przekątna graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem $\alpha$ takim, że $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Długość przekątnej tego graniastosłupa jest równa

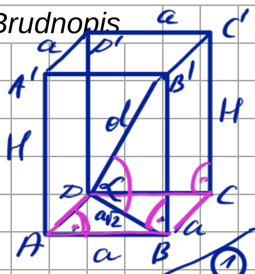
**A.** $15\sqrt{2}$

**B.** $45$

**C.** $5\sqrt{2}$

**D.** $10$

Brudnopis




$a = 15$ ①

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$ ②

$\alpha = |\angle BDB'|$

$d = ?$

① $|DB| = a\sqrt{2} = 15\sqrt{2}$

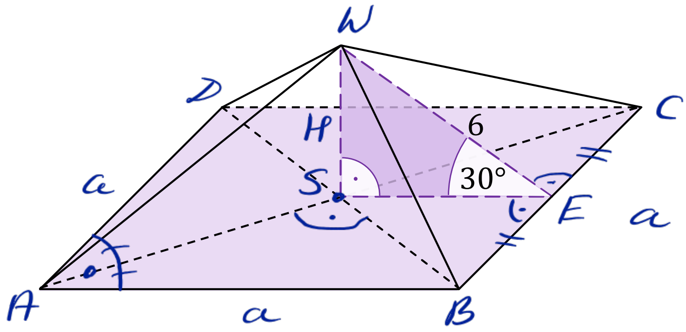
② $\frac{a\sqrt{2}}{d} = \frac{\sqrt{2}}{3} \Rightarrow d = \frac{a\cancel{\sqrt{2}} \cdot 3}{\cancel{\sqrt{2}}} = 15 \cdot 3$

Odp.: $\Rightarrow \underline{d = 45}$

**Zadanie 26. (0–4)**

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny. Wysokość ściany bocznej tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem $30^\circ$ i ma długość równą $6$ (zobacz rysunek).

$H = |WS|$




26.
0–1–2–3–4

**Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa. Zapisz obliczenia.**

① $\Delta SEW\ (30^\circ, 60^\circ, 90^\circ) \Rightarrow \underline{H = 3}$

$|SE| = \frac{1}{2}a = 3\sqrt{3} \quad / \cdot 2$

$\underline{a = 6\sqrt{3}}$

②

$V = \frac{1}{3} \cdot P_p \cdot H = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot H = \frac{1}{\cancel{3}} \cdot 36 \cdot 3 \cdot \cancel{3}$

$\underline{\underline{V = 108}} \rightarrow$ Objętość ostrosłupa

③ $P_c = P_p + P_b = a^2 + \cancel{4}^{2} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \cdot a \cdot 6$

$= (6\sqrt{3})^2 + 2 \cdot 6\sqrt{3} \cdot 6$

$= 36 \cdot 3 + 72\sqrt{3} = \underline{\underline{108 + 72\sqrt{3}}}$

Odp. Objętość ostrosłupa wynosi 108, a jego pole całkowite $(108 + 72\sqrt{3})$

## Zadanie 27. (0–1)

W pewnym ostrosłupie prawidłowym stosunek liczby $W$ wszystkich wierzchołków do liczby $K$ wszystkich krawędzi jest równy $\frac{W}{K} = \frac{3}{5}$.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Podstawą tego ostrosłupa jest

**A.** kwadrat.
**B.** pięciokąt foremny.
**C.** sześciokąt foremny.
**D.** siedmiokąt foremny.

Brudnopis

1. $n$ – ilość wierzchołków w podstawie ostrosłupa

2. $\frac{W}{K} = \frac{3}{5} = \frac{n+1}{2n} \Rightarrow 6n = 5n + 5$

$n = 5$

## Zadanie 28. (0–1)

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Wszystkich liczb naturalnych pięciocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym występują tylko cyfry $0, 5, 7$ (np. $57\,075$, $55\,555$), jest

**A.** $5^3$
**B.** $2 \cdot 4^3$
**C.** $2 \cdot 3^4$
**D.** $3^5$

Brudnopis

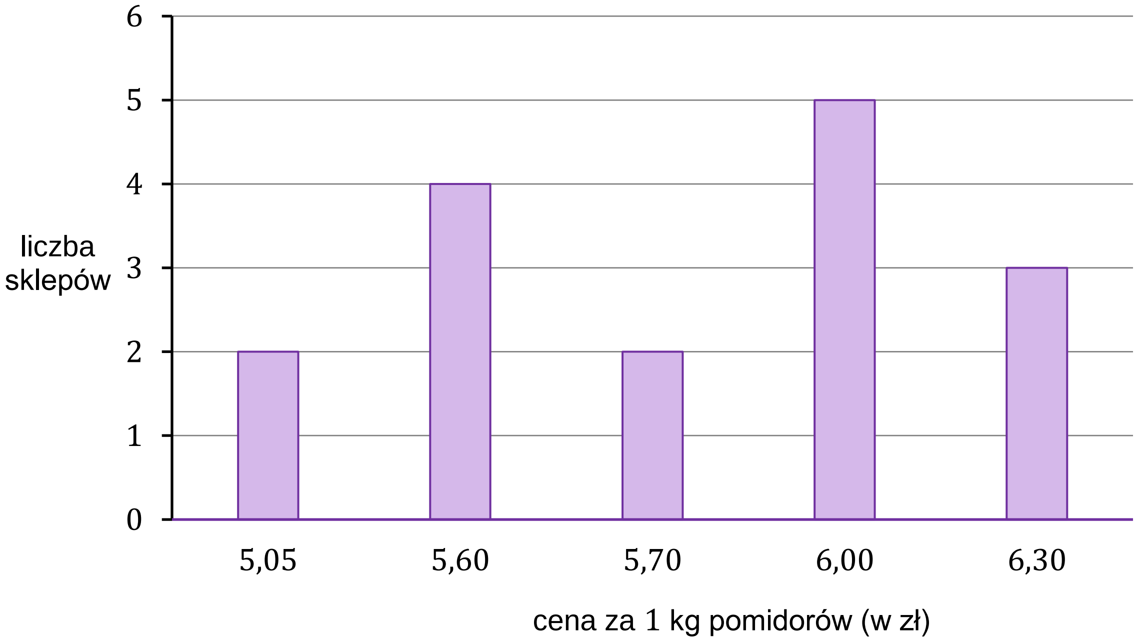
$Z = \{0; 5; 7\} \rightarrow |Z| = n = 3$ | $\overline{\Omega} = ?$

$k = 5$, KI, P

$\overline{\Omega} = \underbrace{2}_{\cancel{0}}\ \underbrace{3}\ \underbrace{3}\ \underbrace{3}\ \underbrace{3} = 2 \cdot 3^4$

**Zadanie 29. (0–2)**

Na diagramie poniżej przedstawiono ceny pomidorów w szesnastu wybranych sklepach.




**Uzupełnij tabelę. Wpisz w każdą pustą komórkę tabeli właściwą odpowiedź, wybraną spośród oznaczonych literami A–E.**

| | | |
|---|---|---|
| **29.1.** | Mediana ceny kilograma pomidorów w tych wybranych sklepach jest równa | C |
| **29.2.** | Średnia cena kilograma pomidorów w tych wybranych sklepach jest równa | A |

**A.** 5,80 zł **B.** 5,73 zł **C.** 5,85 zł **D.** 6,00 zł **E.** 5,70 zł

| 29. |
|---|
| 0–1–2 |
| |

*Brudnopis*

1 $Me = \frac{x_8 + x_9}{2} = \frac{5,7+6}{2} = \underline{5,85}$

2 $\overline{x} = \frac{2\cdot 5,05 + 4\cdot 5,6 + 2\cdot 5,7 + 5\cdot 6 + 3\cdot 6,3}{16}$

$\overline{x} = \frac{92,8}{16} = \underline{5,8}$

## Zadanie 30. (0–2)

Ze zbioru ośmiu liczb $\underbrace{\{2,3,4,5,6,7,8,9\}}_{Z}$ losujemy ze zwracaniem kolejno dwa razy po jednej liczbie.

30.
0–1–2

**Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia $A$ polegającego na tym, że iloczyn wylosowanych liczb jest podzielny przez 15. Zapisz obliczenia.**

$|Z| = n = 8$

$k = 2$

$K/, P \longrightarrow \overline{\overline{\Omega}} = n^k$

$A$ - iloczyn liczb jest podzielny przez 15

$P(A) = ?$

① $\overline{\overline{\Omega}} = \underbrace{8}\cdot\underbrace{8} = 8^2 = \underbrace{64}$

② $\overline{\overline{A}} = \underbrace{3}_{3,6,9}\underbrace{1}_{5} \times 2 = 3\cdot 1 \times 2 = \underbrace{6}$

$\times 2$

③ $P(A) = \dfrac{\overline{\overline{A}}}{\overline{\overline{\Omega}}} = \dfrac{6}{64} = \dfrac{3}{32}$

Odp: Prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia A wynosi $3/32$.

## Zadanie 31.

Właściciel pewnej apteki przeanalizował dane dotyczące liczby obsługiwanych klientów z $30$ kolejnych dni. Przyjmijmy, że liczbę $L$ obsługiwanych klientów $n$-tego dnia opisuje funkcja

$$L(n) = -n^2 + 22n + 279$$

gdzie $n$ jest liczbą naturalną spełniającą warunki $n \geq 1$ i $n \leq 30$.

## Zadanie 31.1. (0–1)

**Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.**

| | | |
|---|---|---|
| Łączna liczba klientów obsłużonych w czasie wszystkich analizowanych dni jest równa $L(30)$. | P | F |
| W trzecim dniu analizowanego okresu obsłużono $336$ klientów. | P | F |

*Brudnopis*

1 $L(30) \rightarrow$ liczba klientów obsłużonych 30-go dnia F

POWINNO BYĆ

$L(1)+L(2)+\ldots+L(30) \rightarrow$ liczba klientów w ciągu 30 dni

2 $L(3) = -3^2+22\cdot3+279 = 336$ P

## Zadanie 31.2. (0–2)

31.2. 0–1–2

**Którego dnia analizowanego okresu w aptece obsłużono największą liczbę klientów? Oblicz liczbę klientów obsłużonych tego dnia. Zapisz obliczenia.**

1 $L(n) = -n^2+22n+279$

$p = \frac{-22}{2\cdot(-1)} = 11 \longrightarrow L(11) = MAX$

2 $q = L(11) = -11^2+22\cdot11+279 = 400$

Odp: 11 DNIA ANALIZOWANEGO OKRESU OBSŁUŻONO NAJWIĘKSZĄ LICZBĘ KLIENTÓW, WYNOSZĄCĄ 400 osób.

# MATEMATYKA
## Poziom podstawowy
*Formuła 2023*

# MATEMATYKA
## Poziom podstawowy
*Formuła 2023*

# MATEMATYKA
## Poziom podstawowy
*Formuła 2023*