# Matura podstawowa maj 2021

CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA



**WYPEŁNIA ZDAJĄCY**

| KOD | PESEL |
|---|---|
| | |

*Miejsce na naklejkę.*
*Sprawdź, czy kod na naklejce to* **E-100**.
*Jeżeli tak – przyklej naklejkę.*
*Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.*

# EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI
## POZIOM PODSTAWOWY

DATA: **5 maja 2021 r.**
GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**
CZAS PRACY: **170 minut**
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **45**

**WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:
- ☐ dostosowania zasad oceniania
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią
- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę.

EMAP-P0-**100**-2105

**Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 25 stron (zadania 1–35). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
4. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
5. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–28) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ■ i zaznacz właściwe.
6. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (29–35) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
7. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
8. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
9. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
10. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

*W każdym z zadań od 1. do 28. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.*

**Zadanie 1. (0–1)** $100^5 \cdot (0,1)^{-6} = (10^2)^5 \cdot (10^{-1})^{-6} = 10^{10} \cdot 10^6 = 10^{16}$

Liczba $100^5 \cdot (0,1)^{-6}$ jest równa

**A.** $10^{13}$ **B.** $10^{16}$ **C.** $10^{-1}$ **D.** $10^{-30}$

**Zadanie 2. (0–1)** $78 = 150\% \cdot c \Rightarrow 78 = 1,5c \; /:1,5 \Rightarrow c = 52$

Liczba $78$ stanowi $150\%$ liczby $c$. Wtedy liczba $c$ jest równa

**A.** $60$ **B.** $52$ **C.** $48$ **D.** $39$

(1) (2) (3) (4) (5) (6)

**Zadanie 3. (0–1)** $-1$ $5$ $\langle -1; 5) \cap C = \{-1; 0; 1; 2; 3; 4\}$

Rozważamy przedziały liczbowe $(-\infty, 5)$ i $\langle -1, +\infty)$. Ile jest wszystkich liczb całkowitych, które należą jednocześnie do obu rozważanych przedziałów?

**A.** $6$ **B.** $5$ **C.** $4$ **D.** $7$

**Zadanie 4. (0–1)** $= 2\log 10^{\frac{1}{2}} + 3\log 10 = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \log 10 + 3 \cdot 1 = 1 \cdot 1 + 3 = 4$

Suma $2\log\sqrt{10} + \log 10^3$ jest równa

**A.** $2$ **B.** $3$ **C.** $4$ **D.** $5$

**Zadanie 5. (0–1)** $= \frac{3}{9} - \frac{23}{33} = \frac{1 \cdot 11}{3 \cdot 11} - \frac{23}{33} = \frac{11-23}{33} = -\frac{4}{33}$

Różnica $0,(3) - \frac{23}{33}$ jest równa

**A.** $-0,(39)$ **B.** $-\frac{39}{100}$ **C.** $-0,36$ **D.** $-\frac{4}{11}$

**Zadanie 6. (0–1)**

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $\frac{2-x}{2} - 2x \geq 1$ jest przedział

**A.** $\langle 0, +\infty)$ **B.** $(-\infty, 0\rangle$ **C.** $(-\infty, 5\rangle$ **D.** $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right\rangle$

$\frac{2-x}{2} - 2x \geq 1 \; /\cdot 2$

$2 - x - 4x \geq 2$

$-5x \geq 0 \; /:(-5)$

$x \leq 0$

$x \in (-\infty; 0\rangle$

# BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

**Zad. 1**

B

$$100^5 \cdot 0{,}1^{-6} = (10^2)^5 \cdot (10^{-1})^{-6} = 10^{10} \cdot 10^6 = 10^{16}$$

**Zad. 2**

B

c — 100%
78 — 150%

c = ?

$$c = \frac{78 \cdot 10\cancel{0}\,\cancel{\%}}{15\cancel{0}\,\cancel{\%}} = \frac{780}{15} = 52$$

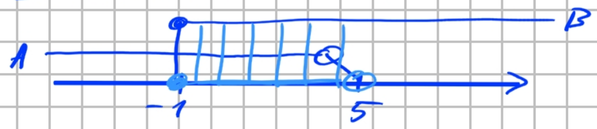
**Zad. 3**

A

$A = (-\infty; 5)$
$B = \langle -1; +\infty)$

$A \cap B \cap C = ?$ ile

(1)




$A \cap B = \langle -1; 5)$

(2) $A \cap B \cap C = \{-1; 0; 1; 2; 3; 4\}$

$\overline{\overline{A \cap B \cap C}} = 6$ liczb

Odp

**Zad. 4**

C

$$2\log\sqrt{10} + \log 10^3 = 2\log 10^{\frac{1}{2}} + 3\log 10 =$$
$$= 2 \cdot \frac{1}{2}\underbrace{\log 10}_{1} + 3 \cdot \underbrace{\log 10}_{1} = 1 \cdot 1 + 3 \cdot 1 = 1 + 3 = 4$$

**Zad. 5**

D

$$0{,}(3) - \frac{23}{33} = \frac{3}{9} - \frac{23}{33} = \frac{1}{3} \cdot \frac{11}{11} - \frac{23}{33} =$$
$$= \frac{11 - 23}{33} = \frac{-12}{33} = \frac{-4}{11}$$

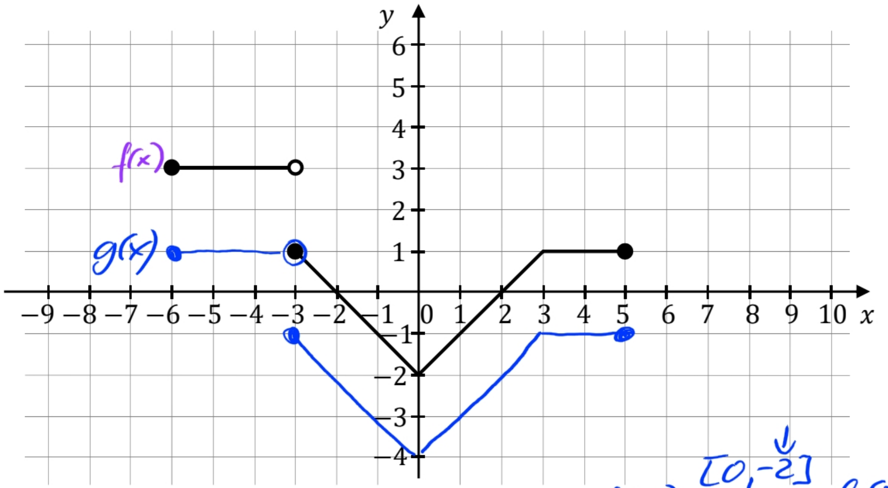
**Zad. 6**

B

$$\frac{2-x}{2} - 2x \geq 1 \quad / \cdot 2$$
$$2 - x - 4x \geq 2$$
$$-5x \geq 0 \quad / : (-5)$$
$$x \leq 0$$
$$x \in (-\infty; 0\rangle$$

## Zadanie 7. (0–1)

Na poniższym rysunku przedstawiono wykres funkcji $f$ określonej w zbiorze $\langle -6, 5\rangle$.




$f(x) \xrightarrow{[0,-2]} f(x)-2=g(x)$

Funkcja $g$ jest określona wzorem $g(x) = f(x) - 2$ dla $x \in \langle -6, 5\rangle$. Wskaż zdanie prawdziwe.

**A.** Liczba $\underbrace{f(2)}_{0} + \underbrace{g(2)}_{-2}$ jest równa $(-2)$.

**B.** Zbiory wartości funkcji $f$ i $g$ są równe.

**C.** Funkcje $f$ i $g$ mają te same miejsca zerowe.

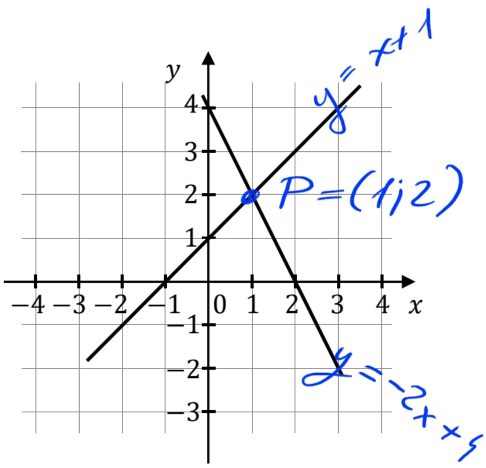
**D.** Punkt $P = (0, -2)$ należy do wykresów funkcji $f$ i $g$.

## Zadanie 8. (0–1)

Na rysunku obok przedstawiono geometryczną interpretację jednego z niżej zapisanych układów równań. Wskaż ten układ, którego geometryczną interpretację przedstawiono na rysunku.

| x | −1 | 0 | 1 |
|---|---|---|---|
| y=x+1 | 0 | 1 | 2 |

| x | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| y=−2x+4 | 4 | 2 | 0 |




**A.** $\begin{cases} y = x + 1 \\ y = -2x + 4 \end{cases}$

**B.** $\begin{cases} y = x - 1 \\ y = 2x + 4 \end{cases}$

**C.** $\begin{cases} y = x - 1 \\ y = -2x + 4 \end{cases}$

**D.** $\begin{cases} y = x + 1 \\ y = 2x + 4 \end{cases}$

## BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zad. 7 A → Patrz

Zad. 8 A → wykresy

$a_1 = 3$
$a_2 = \frac{m-3}{2}$

$a_2 = a_1 \Leftarrow (l_1 \parallel l_2)$
$\frac{m-3}{2} = 3 \quad / \cdot 2$
$m-3 = 6 \Rightarrow m = 9$

**Zadanie 9. (0–1)**

Proste o równaniach $\underbrace{y = 3x - 5}_{l_1}$ oraz $\underbrace{y = \frac{m-3}{2}x + \frac{9}{2}}_{l_2}$ są równoległe, gdy

**A.** $m = 1$ **B.** $m = 3$ **C.** $m = 6$ **D.** $m = 9$

**Zadanie 10. (0–1)** $f(\sqrt{3}-1) = \frac{(\sqrt{3}-1)^2}{2(\sqrt{3}-1)-2} = \frac{3-2\sqrt{3}+1}{2\sqrt{3}-2-2} = \frac{4-2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-4} = \frac{-(2\sqrt{3}-4)}{(2\sqrt{3}-4)} = -1$

Funkcja $f$ jest określona wzorem $f(x) = \frac{x^2}{2x-2}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 1$. Wtedy dla argumentu $x = \sqrt{3} - 1$ wartość funkcji $f$ jest równa

**A.** $\frac{1}{\sqrt{3}-1}$ **B.** $-1$ **C.** $1$ **D.** $\frac{1}{\sqrt{3}-2}$

$f(-1) = 3^{-1} - 2 = \frac{1}{3} - 2 = -1\frac{2}{3} \neq -5$

**Zadanie 11. (0–1)** $f(0) = 3^0 - 2 = 1 - 2 = -1 \Longrightarrow (0;-1)$

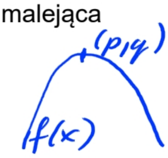
Do wykresu funkcji $f$ określonej dla każdej liczby rzeczywistej $x$ wzorem $f(x) = 3^x - 2$ należy punkt o współrzędnych

**A.** $(-1, -5)$ **B.** $(0, -2)$ **C.** $(0, -1)$ **D.** $(2, 4)$

**Zadanie 12. (0–1)** $p = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-1+3}{2} = \frac{2}{2} = 1$ ; $f \searrow$ w p. $\langle 1; \infty)$

Funkcja kwadratowa $f$ określona wzorem $f(x) = -2(x+1)(x-3)$ jest malejąca w przedziale

$a = -2$, $x_1 = -1$, $x_2 = 3$




**A.** $\langle 1, +\infty)$ **B.** $(-\infty, 1\rangle$ **C.** $(-\infty, -8\rangle$ **D.** $\langle -8, +\infty)$

**Zadanie 13. (0–1)** $(3x)^2 = \cancel{15}^{5} \cdot \frac{5}{\cancel{3}} \Rightarrow (9x^2 = 25) \Rightarrow (x^2 = \frac{25}{9} \wedge x > 0) \Rightarrow x = \frac{5}{3}$

Trzywyrazowy ciąg $\left(15,\ 3x,\ \frac{5}{3}\right)$ jest geometryczny i wszystkie jego wyrazy są dodatnie. Stąd wynika, że

$3x > 0 \Rightarrow x > 0$

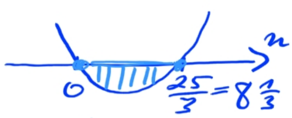
**A.** $x = \frac{3}{5}$ **B.** $x = \frac{4}{5}$ **C.** $x = 1$ **D.** $x = \frac{5}{3}$

**Zadanie 14. (0–1)**

Ciąg $(b_n)$ jest określony wzorem $b_n = 3n^2 - 25n$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Liczba <u>niedodatnich</u> wyrazów ciągu $(b_n)$ jest równa

**A.** $14$ **B.** $13$ **C.** $9$ **D.** $8$

$3n^2 - 25n \leq 0$
$3n(n - \frac{25}{3}) \leq 0$




$(n \in \langle 0; 8\frac{1}{3}\rangle \wedge n \in N^+) \Longrightarrow n = \{1;2;3;4;5;6;7;8\} \Rightarrow 8$ wyrazów

## BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zad. 9

$l_1: y = 3x - 5 \rightarrow a_1 = 3$

$l_2: y = \frac{m-3}{2}x + \frac{9}{2} \rightarrow a_2 = \frac{m-3}{2}$ | $m = ?$

(D)

(1) $l_1 \parallel l_2$

(1) $a_2 = a_1 \Rightarrow \frac{m-3}{2} = 3 \quad / \cdot 2$

$m - 3 = 6$

$\boxed{m = 9}$

Zad. 10

(B)

$f(\sqrt{3}-1) = \frac{(\sqrt{3}-1)^2}{2(\sqrt{3}-1)-2} = \frac{3-2\sqrt{3}+1}{2\sqrt{3}-2-2} =$

$= \frac{4-2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-4} = \frac{2\cancel{(2-\sqrt{3})}}{-2\cancel{(2-\sqrt{3})}} = -1$

Zad. 11

$f(x) = 3^x - 2$

(C)

A) $f(-1) = 3^{-1} - 2 = \frac{1}{3} - 2 = -1\frac{2}{3} \neq -5$

B) $f(0) = 3^0 - 2 = 1 - 2 = -1 \neq -2$

C) $f(0) = \underline{-1 = -1}$

D) $f(2) = 3^2 - 2 = 9 - 2 = 6 \neq 4$

Zad. 12

$f(x) = -2(x+1)(x-3)$ → postać iloczynowa

(A)

$a = -2$

$x_1 = -1$

$x_2 = 3$

$f \searrow$ dla $x \in \langle 1; \infty)$

$p = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-1+3}{2} = 1$

Zad. 13

$3x > 0 \rightarrow x > 0$

$(15, 3x, \frac{5}{3}) \rightarrow$ c. geom $a_n > 0$ | $x = ?$

(D)

$(3x)^2 = \cancel{15}^{5} \cdot \frac{5}{\cancel{3}} \Rightarrow 9x^2 = 25 \Rightarrow x^2 = \frac{25}{9}$

dla $x > 0$: $x = \frac{5}{3}$

Zad. 14

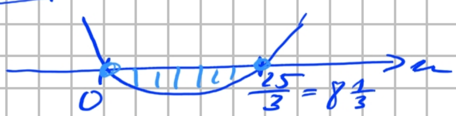
$b_n = 3n^2 - 25n$ | $a_n = ?$ (ile)

(D)

(1) $b_n \le 0$

(1) $3n^2 - 25n \le 0$

$3n(n - \frac{25}{3}) \le 0$



$n \in \langle 0; 8\frac{1}{3}\rangle \wedge n \in \mathbb{N}^+$

$n = \{1; 2; 3; 4; 5; 6, 7, 8\} \Rightarrow$ 8 wyrazów

$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$

## Zadanie 15. (0–1)

$a_4 = \frac{a_3 + a_5}{2} = \frac{58}{2} = \underline{29}$

Ciąg arytmetyczny $(a_n)$ jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Trzeci i piąty wyraz ciągu spełniają warunek $a_3 + a_5 = 58$. Wtedy czwarty wyraz tego ciągu jest równy

**A.** 28 **B.** 29 **C.** 33 **D.** 40

## Zadanie 16. (0–1)

$= \frac{\cos\alpha}{\cos^2\alpha} \cdot \frac{\sin^2\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{\cos\alpha} \cdot \frac{\sin\alpha}{1} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \underline{\operatorname{tg}\alpha}$

Dla każdego kąta ostrego $\alpha$ iloczyn $\frac{\cos\alpha}{\underbrace{1-\sin^2\alpha}_{\cos^2\alpha}} \cdot \frac{1-\cos^2\alpha}{\sin\alpha}$ jest równy

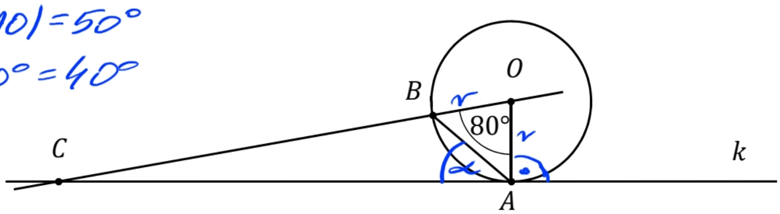
**A.** $\sin\alpha$ **B.** $\operatorname{tg}\alpha$ **C.** $\cos\alpha$ **D.** $\sin^2\alpha$

## Zadanie 17. (0–1)

Prosta $k$ jest styczna w punkcie $A$ do okręgu o środku $O$. Punkt $B$ leży na tym okręgu i miara kąta $AOB$ jest równa $80°$. Przez punkty $O$ i $B$ poprowadzono prostą, która przecina prostą $k$ w punkcie $C$ (zobacz rysunek).

(1) $|\sphericalangle ABO| = |\sphericalangle BAO| = 50°$

(2) $\alpha = 90° - 50° = 40°$




$\underline{\alpha = ?}$

Miara kąta $BAC$ jest równa

**A.** $10°$ **B.** $30°$ **C.** $40°$ **D.** $50°$

## Zadanie 18. (0–1)

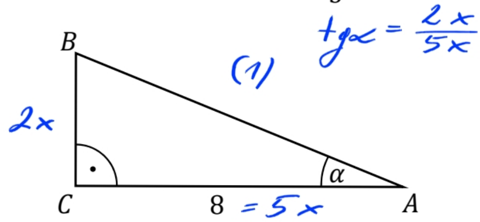
Przyprostokątna $AC$ trójkąta prostokątnego $ABC$ ma długość $8$ oraz $\operatorname{tg}\alpha = \frac{2}{5}$ (zobacz rysunek).

(1) $\operatorname{tg}\alpha = \frac{2x}{5x}$

(2) $5x = 8 \;/\cdot \frac{2}{5}$

$2x = \frac{16}{5} = |BC|$

(3) $P_\Delta = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot 8 \cdot \frac{\cancel{16}\,8}{5} = \frac{64}{5}$




Pole tego trójkąta jest równe

**A.** 12 **B.** $\frac{37}{3}$ **C.** $\frac{62}{5}$ **D.** $\frac{64}{5}$

## BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zad. 15

(B)

$a_n = a_1 + (n-1)\cdot r$

$a_3 + a_5 = 58$ | $a_4 = ?$

$a_4 = \frac{a_3 + a_5}{2} = \frac{58}{2} = 29$

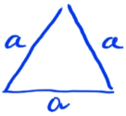
Zad. 16 $\alpha \in (0^\circ; 90^\circ)$

(B)

$\frac{\cos\alpha}{1-\sin^2\alpha} \cdot \frac{1-\cos^2\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\cos\alpha}{\cos^2\alpha} \cdot \frac{\sin^2\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{\cos\alpha} \cdot \frac{\sin\alpha}{1} = tg\alpha$

Zad. 17 (C) $\longrightarrow$ Patrz rysunek.

Zad. 18 (D) $\longrightarrow$




(1) $P_\Delta = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{4\sqrt{3}}{9} \quad / \cdot \frac{4}{\sqrt{3}}$

$a^2 = \frac{16}{9} \quad /\sqrt{\ } \ \wedge \ a > 0$

$a = \frac{4}{3}$

(2) $Ob_\Delta = 3a$

$Ob_\Delta = 3 \cdot \frac{4}{3}$

$Ob_\Delta = 4$

## Zadanie 19. (0–1)

Pole pewnego trójkąta równobocznego jest równe $\frac{4\sqrt{3}}{9}$. Obwód tego trójkąta jest równy

**A.** $4$ **B.** $2$ **C.** $\frac{4}{3}$ **D.** $\frac{2}{3}$

(1) $h^2 + 12^2 = 13^2$

$h^2 = 25$

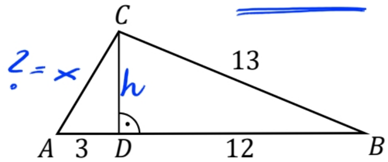
(2) $x^2 = h^2 + 3^2$

$x^2 = 34 \quad /\sqrt{\ },\ x > 0$

$x = \sqrt{34}$

## Zadanie 20. (0–1)

W trójkącie $ABC$ bok $BC$ ma długość $13$, a wysokość $CD$ tego trójkąta dzieli bok $AB$ na odcinki o długościach $|AD| = 3$ i $|BD| = 12$ (zobacz rysunek obok). Długość boku $AC$ jest równa




**A.** $\sqrt{34}$ **B.** $\frac{13}{4}$ **C.** $2\sqrt{14}$ **D.** $3\sqrt{45}$

## Zadanie 21. (0–1)

Punkty $A$, $B$, $C$ i $D$ leżą na okręgu o środku $S$. Miary kątów $SBC$, $BCD$, $CDA$ są równe odpowiednio: $|\sphericalangle SBC| = 60°$, $|\sphericalangle BCD| = 110°$, $|\sphericalangle CDA| = 90°$ (zobacz rysunek).

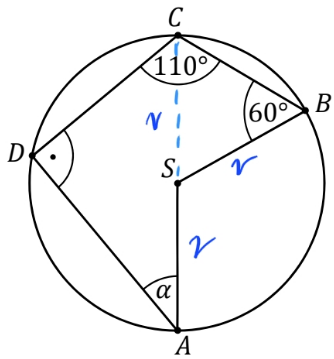
(1) $\overset{\frown}{ABC}$: $|\sphericalangle ADC| = 90° \Rightarrow |\sphericalangle ASC| = 180°$

(2) $\Delta BCS$ – równoboczny $\Rightarrow |\sphericalangle BSC| = |\sphericalangle BCS| = 60°$

stąd: $|\sphericalangle DCS| = 110° - 60° = 50°$

(3) $\Delta ACD$: $\alpha + 50° = 90°$

$\alpha = 40°$



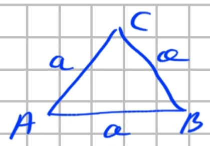

Wynika stąd, że miara $\alpha$ kąta $\overset{\frown}{DAS}$ jest równa

**A.** $25°$ **B.** $30°$ **C.** $35°$ **D.** $40°$

# BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zad. 19.

A




(1) $P_{ABC} = \frac{4\sqrt{3}}{9}$ / $Ob_{ABC} = ?$

(1) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{4\sqrt{3}}{9}$ $/ \cdot \frac{4}{\sqrt{3}}$

$a^2 = \frac{16}{9}$ $/\sqrt{\ }$ $\wedge$ $a > 0$

$a = \frac{4}{3}$

(2) $Ob_{ABC} = 3a = 3 \cdot \frac{4}{3} = 4$

Zad. 20 A

Zad. 21 D

Patrz rysunek



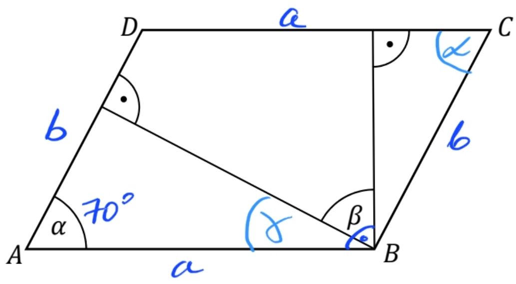
EMAP-P0_100

## Zadanie 22. (0–1)

W równoległoboku $ABCD$, przedstawionym na rysunku, kąt $\alpha$ ma miarę $70°$.

(1) $\alpha + \gamma = 90°$
$\gamma = 90° - \alpha$
$\gamma = 20°$

(2) $\beta + \gamma = 90°$
$\beta = 90° - 20°$
$\beta = 70°$




Wtedy kąt $\beta$ ma miarę

**A.** $80°$ **B.** $70°$ **C.** $60°$ **D.** $50°$

## Zadanie 23. (0–1)

W każdym $n$–kącie wypukłym ($n \geq 3$) liczba przekątnych jest równa $\frac{n(n-3)}{2}$. Wielokątem wypukłym, w którym liczba przekątnych jest o $25$ większa od liczby boków, jest

**A.** siedmiokąt. **B.** dziesięciokąt. **C.** dwunastokąt. **D.** piętnastokąt.

## Zadanie 24. (0–1)

Pole figury $F_1$ złożonej z dwóch stycznych zewnętrznie kół o promieniach $1$ i $3$ jest równe polu figury $F_2$ złożonej z dwóch stycznych zewnętrznie kół o promieniach długości $r$ (zobacz rysunek).

$P_2 = P_1$
$2\pi r^2 = \pi + 9\pi \Rightarrow 2\pi r^2 = 10\pi \; /:(2\pi)$
$r^2 = 5 \; /\sqrt{\ } \; \wedge \; r > 0$
$r = \sqrt{5}$

Figura $F_1$

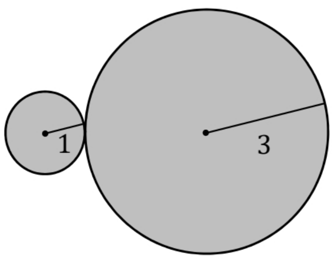
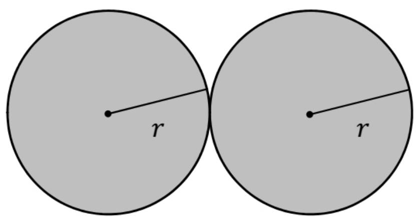



Figura $F_2$




Długość $r$ promienia jest równa

**A.** $\sqrt{3}$ **B.** $2$ **C.** $\sqrt{5}$ **D.** $3$

## BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zad. 22 B Patrz rysunek.

Zad. 23 B

$$\frac{n(n-3)}{2} = n+25 \quad / \cdot 2$$

$$n^2 - 3n = 2n + 50$$

$$n^2 - 5n - 50 = 0 \quad \wedge \quad \text{zał:} \begin{cases} n \geq 3 \\ n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

$$\Delta_n = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-50) = 25 + 200 = 225$$

$$\sqrt{\Delta_n} = 15$$

$$n_1 = \frac{5-15}{2 \cdot 1} = \frac{-10}{2} = -5 \notin \text{zał.}$$

$$n_2 = \frac{5+15}{2 \cdot 1} = \frac{20}{2} = \underline{\underline{10}} \in \text{zał.}$$

Odp: $n = 10 \rightarrow$ dziesięciokąt

Zad. 24 C Patrz rysunek.

## Zadanie 25. (0–1)

Punkt $A = (3, -5)$ jest wierzchołkiem kwadratu $ABCD$, a punkt $M = (1, 3)$ jest punktem przecięcia się przekątnych tego kwadratu. Wynika stąd, że pole kwadratu $ABCD$ jest równe

**A.** $68$ **B.** $136$ **C.** $2\sqrt{34}$ **D.** $8\sqrt{34}$

## Zadanie 26. (0–1)

Z wierzchołków sześcianu $ABCDEFGH$ losujemy jednocześnie dwa różne wierzchołki. Prawdopodobieństwo tego, że wierzchołki te będą końcami przekątnej sześcianu $ABCDEFGH$, jest równe

**A.** $\frac{1}{7}$ **B.** $\frac{4}{7}$ **C.** $\frac{1}{14}$ **D.** $\frac{3}{7}$

## Zadanie 27. (0–1)

Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych, większych od $700$, w których każda cyfra należy do zbioru $\{1, 2, 3, 7, 8, 9\}$ i żadna cyfra się nie powtarza, jest

**A.** $108$ **B.** $60$ **C.** $40$ **D.** $299$

## Zadanie 28. (0–1)

Sześciowyrazowy ciąg liczbowy $(1,\ 2,\ 2x,\ x+2,\ 5,\ 6)$ jest niemalejący. Mediana wyrazów tego ciągu jest równa $4$. Wynika stąd, że

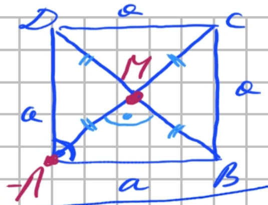
**A.** $x = 1$ **B.** $x = \frac{3}{2}$ **C.** $x = 2$ **D.** $x = \frac{8}{3}$

# BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zad. 25

(B)

(1/ $A=(3;-5)$
$M=(1;3)$




$P_{ABCD}=?$

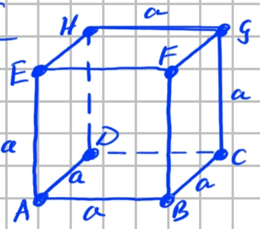
(1) $|AM|=\sqrt{(1-3)^2+(3+5)^2}=\sqrt{4+64}=\sqrt{68}=2\sqrt{17}$

$2|AM|=4\sqrt{17}=|AC| \Rightarrow |AC|^2=16\cdot17$

(2) $P_{ABCD}=\frac{1}{2}|AC|^2=\frac{1}{2}\cdot16\cdot17=8\cdot17=\underline{\underline{136}}$

Zad. 26

(A)




$\Omega=\{A,B,C,D,E,F,G,H\}$
$n=|\Omega|=8$
$k=2$, KN, BP
A - wylosowano wierzchołki należące do przekątnej sześcianu

$P(A)=?$

(1) $\overline{\overline{\Omega}}=\underline{8}\cdot\underline{7}(:2)=\frac{8\cdot7}{2}=\underline{28}$

(2) $\overline{\overline{A}}=4$, bo $A=\{(A,G),(B,H),(D,F),(E,C)\}$

(3) $P(A)=\frac{\overline{\overline{A}}}{\overline{\overline{\Omega}}}=\frac{4}{28}=\underline{\underline{\frac{1}{7}}}$

Zad. 27

(B)

$Z=\{1,2,3,7,8,9\}$
$n=|Z|=6$
$k=3$ ; KI ; BP
A - liczby większe od 700

$\overline{\overline{A}}=?$

$\overline{\overline{A}}=\underset{7}{\underline{1}}\cdot\underset{\cancel{7}}{\underline{5}}\cdot\underline{4}+\underset{8;9}{\underline{2}}\cdot\underline{5}\cdot\underline{4}=20+40=\underline{\underline{60}}$

Zad. 28 $(1;2,2x,x+2,5,6)$ - ciąg $(a_n)$ / $x=?$

(C)

(1) Me $=4$ - mediana $a_n$

(1) $\frac{2x+x+2}{2}=4 \,/\cdot2$

$3x+2=8$
$3x=6 \,/:3$
$\underline{x=2}$

## Zadanie 29. (0–2)

Rozwiąż nierówność:

$$x^2 - 5x \leq 14$$

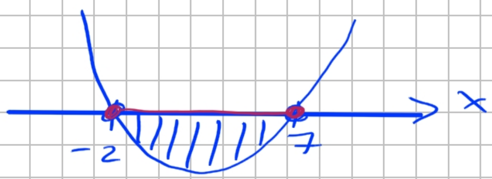
$x^2 - 5x - 14 \leq 0$

$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-14) = 25 + 56 = 81$

$\sqrt{\Delta} = 9$

$x_1 = \frac{5-9}{2 \cdot 1} = \frac{-4}{2} = -2$

$x_2 = \frac{5+9}{2 \cdot 1} = \frac{14}{2} = 7$




Odp: $x \in \langle -2 ; 7 \rangle$

Odpowiedź: $x \in \langle -2 ; 7 \rangle$

## Zadanie 30. (0–2)

Wykaż, że dla każdych trzech dodatnich liczb $a$, $b$ i $c$ takich, że $a < b$, spełniona jest nierówność

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+c}$$

Z (Założenie): $a, b, c > 0$

$a < b$

T (Teza): $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+c} \quad / \cdot b(b+c) > 0$

$a(b+c) < b(a+c)$

$\underline{ab} + ac < \underline{ab} + bc$

$ac < bc \quad /: c > 0$

$\underbrace{a < b}$ dla $a < b$

$\Downarrow$

$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+c}$

cnd.

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 29. | 30. |
|---|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 2 | 2 |
| | Uzyskana liczba pkt | | |

**Zadanie 31. (0–2)**

Funkcja liniowa $f$ przyjmuje wartość $2$ dla argumentu $0$, a ponadto $f(4) - f(2) = 6$. Wyznacz wzór funkcji $f$.

$f(x) = ax + b$

(1) $f(0) = 2$

(2) $f(4) - f(2) = 6$

$f(x) = ?$

(1) $a \cdot 0 + b = 2$

$b = 2$

$f(x) = ax + 2$

(2) $4a + 2 - (2a + 2) = 6$

$4a + 2 - 2a - 2 = 6$

$2a = 6 \quad /:2$

$a = 3$

Odp: $f(x) = 3x + 2$

Odpowiedź: $f(x) = 3x + 2$ .

## Zadanie 32. (0–2)

Rozwiąż równanie:

$$\frac{3x+2}{3x-2} = 4 - x \quad / \cdot (3x-2)$$

zał.:

$3x-2 \neq 0$

$3x \neq 2 \quad /:3$

$x \neq \frac{2}{3}$

$3x+2 = (4-x)(3x-2)$

$3x+2 = 12x - 8 - 3x^2 + 2x$

$3x^2 - 11x + 10 = 0$

$\Delta = (-11)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 10 = 121 - 120 = 1$

$\sqrt{\Delta} = 1$

$x_1 = \frac{11-1}{2 \cdot 3} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3} \in$ zał.

$x_2 = \frac{11+1}{2 \cdot 3} = \frac{12}{6} = 2 \in$ zał.

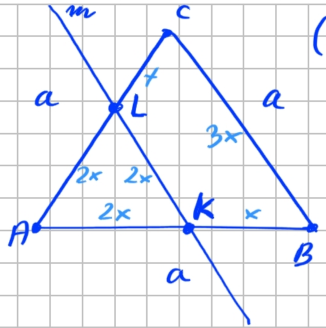
Odp: $x = \{1\frac{2}{3}; 2\}$

Odpowiedź: $x = \{1\frac{2}{3}; 2\}$

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 31. | 32. |
|---|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 2 | 2 |
| | Uzyskana liczba pkt | | |

**Zadanie 33. (0–2)**

Trójkąt równoboczny $ABC$ ma pole równe $9\sqrt{3}$. Prosta równoległa do boku $BC$ przecina boki $AB$ i $AC$ – odpowiednio – w punktach $K$ i $L$. Trójkąty $ABC$ i $AKL$ są podobne, a stosunek długości boków tych trójkątów jest równy $\frac{3}{2}$. Oblicz długość boku trójkąta $AKL$.




(2) $P_{ABC} = 9\sqrt{3}$

$|AB| = |AC| = |BC| = a$

$m \parallel \overline{BC}$

$\Delta_{ABC} \sim \Delta_{AKL} \Rightarrow |AK| = |AL| = |KL|$ $\quad$ $2x = ?$

(1) $\frac{|BC|}{|KL|} = \frac{|AB|}{|AL|} = \frac{|AC|}{|AK|} = \frac{3}{2} = \frac{3x}{2x}$

(1) $a = 3x \quad \wedge \quad |AK| = |KL| = |AL| = 2x$

(2) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$

$\frac{(3x)^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$

$\frac{9x^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3} \quad / \cdot \frac{4}{9\sqrt{3}}$

$x^2 = 4 \quad /\sqrt{\ } \quad \wedge \quad x > 0$

$x = 2 \quad / \cdot 2$

$\underline{\underline{2x = 4}} = |AK| = |AL| = |KL|$

Odpowiedź: Boki $\Delta AKL$ mają długość: 4; 4; 4

**Zadanie 34. (0–2)**

Gracz rzuca dwukrotnie symetryczną sześcienną kostką do gry i oblicza sumę liczb wyrzuconych oczek. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia $A$ polegającego na tym, że suma liczb wyrzuconych oczek jest równa $4$ lub $5$, lub $6$.

$Z = \{1,2,3,4,5,6\} \Rightarrow n = 6$

$k = 2$

K/ – kolejność istotna

P – powtórzenie

A – suma wyrzuconych oczek wynosi 4 lub 5 lub 6

$P(A) = ?$

(1) $\overline{\overline{\Omega}} = 6 \cdot 6 = 36$

(2) $\overline{\overline{A}} = \underbrace{\frac{1}{1 \leftrightarrow 3} \; \frac{1}{2 \quad 2}}_{\times 3} + \underbrace{\frac{1}{1 \leftrightarrow 4} \; \frac{1}{2 \leftrightarrow 3}}_{\times 4} + \underbrace{\frac{1}{1 \leftrightarrow 5} \; \frac{1}{2 \leftrightarrow 4 \quad 3 \; 3}}_{\times 5}$

$\overline{\overline{A}} = 3 + 4 + 5 = 12$

albo $\overline{\overline{A}} = 12 \rightarrow$ bo:

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

(3) $P(A) = \frac{\overline{\overline{A}}}{\overline{\overline{\Omega}}} = \frac{12}{36} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Odpowiedź: $P(A) = \frac{1}{3}$

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 33. | 34. |
|---|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 2 | 2 |
| | Uzyskana liczba pkt | | |

**Zadanie 35. (0–5)**

Punkty $A = (-20, 12)$ i $B = (7, 3)$ są wierzchołkami trójkąta równoramiennego $ABC$, w którym $|AC| = |BC|$. Wierzchołek $C$ leży na osi $Oy$ układu współrzędnych. Oblicz współrzędne wierzchołka $C$ oraz obwód tego trójkąta.

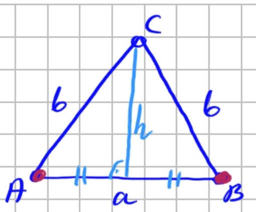
$\Delta ABC$:

$A = (-20; 12)$

$B = (7; 3)$

(1) $|AC| = |BC|$

$C \in OY \Rightarrow C = (0; y)$




$C = (0; y) = ?$

$Ob_{ABC} = Ob_{\Delta} = ?$

(1) $|AC| = |BC| \quad /^2$

$(0+20)^2 + (y-12)^2 = (0-7)^2 + (y-3)^2$

$400 + \cancel{y^2} - 24y + 144 = 49 + \cancel{y^2} - 6y + 9$

$-18y = -486 \quad /:(-18)$

$y = 27 \Rightarrow C = (0, 27)$

(2)

$a = |AB| = \sqrt{(7+20)^2 + (3-12)^2} = \sqrt{729 + 81} = \sqrt{810} = 9\sqrt{10}$

$b = |AC| = \sqrt{(0+20)^2 + (27-12)^2} = \sqrt{400 + 225} = \sqrt{625} = 25$

albo

$b = |BC| = \sqrt{(0-7)^2 + (27-3)^2} = \sqrt{49 + 576} = \sqrt{625} = 25$

(3) $Ob_{\Delta} = a + 2b = 9\sqrt{10} + 2 \cdot 25 = 9\sqrt{10} + 50$

Odp: $C = (0, 27)$, $Ob_{ABC} = 9\sqrt{10} + 50$

Odpowiedź: ............................................................................................................................ .

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 35. |
|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 5 |
| | Uzyskana liczba pkt | |